

1. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 32 일 때, 자연수 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

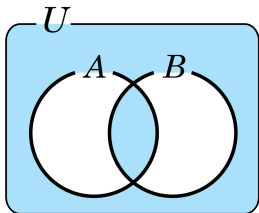
④ 6

⑤ 7

해설

$$2^n = 32 \therefore n = 5$$

2. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



- ☒ ① $U - ((A - B) \cup (B - A))$ ② $(B - A)^c$
 ③ $(A - B) \cup (B - A)$ ④ $U - (A \cup B)$
☒ ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ① $U - ((A - B) \cup (B - A))$, ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

3. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 를 나타낸 것이다. 역함수가 존재하는 것을 모두 고르면 무엇인가?

$$\textcircled{㉠} f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$$

$$\textcircled{㉡} f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases}$$

$$\textcircled{㉢} f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ x + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

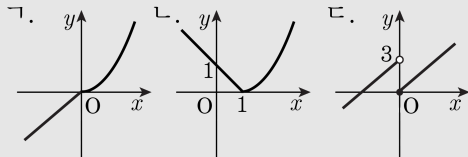
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $f(x)$ 가 일대일대응일 때

역함수가 존재한다.

이 때, 보기의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 함수 ㉠이 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

4. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

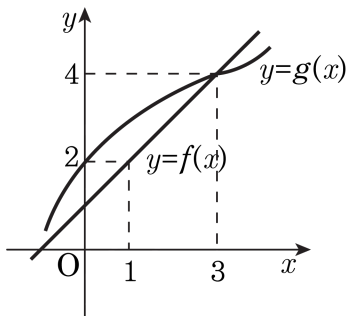
$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

5. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 각각 일대일대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned}(g^{-1} \circ f)(1) + g(3) &= g^{-1}(f(1)) + 4 \\ &= g^{-1}(2) + 4\end{aligned}$$

$g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$

문제의 그림에서 $y = g(x)$ 의 그래프가

$(0, 2)$ 를 지나므로 $g(0) = 2$

이 때, $y = g(x)$ 는 일대일대응이므로 $k = 0$

$$\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$$

6. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\&\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\&= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

7. $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 6xy}$ 의 값은?

① $\sqrt{3} + 1$

② $\sqrt{3} - 1$

③ $2\sqrt{3} + 1$

④ $2\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{12}$$

$$6xy = 6(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 6 \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 6xy} &= \sqrt{13 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{12} - 1)^2} \\ &= 2\sqrt{3} - 1\end{aligned}$$

8. $\{2, 3, 4\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

집합 A 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 4를 반드시 포함하는 집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

9. $a, b, c \in R$ 일 때, 조건 $a = b = c$ 의 부정을 바르게 말한 것은?

- ① a, b, c 는 모두 다르다.
- ② a, b, c 는 모두 다르지 않다.
- ③ a, b, c 중에는 같은 수가 있다.
- ④ a, b, c 중에는 0이 아닌 수가 있다.
- ⑤ a, b, c 중에는 다른 두 수가 있다.

해설

① : $a = b = c \Rightarrow a = b$ 이고, $b = c$ 이고, $c = a$ 이다.

부정 : $a \neq b$ 또는 $b \neq c$ 또는 $c \neq a \Rightarrow a, b, c$ 중에는 다른 두 수가 있다.

10. 다음 명제 중 참인 것은? (단, x, y, z 는 실수이다.)

① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.

② $x + y > 0, xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.

③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.

④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.

⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

② $xy > 0$ 이면, x 와 y 의 부호가 같다는 것인데 $x + y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

11. 세 조건 p, q, r 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 이라 하고, $P \cap R = Q$ 인 관계가 성립한다고 할 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow \sim r$

③ $q \rightarrow r$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $r \rightarrow \sim q$

해설

세 조건 p, q, r 의 진리집합이 $P \cap R = Q$ 인 관계를 성립하므로 $Q \subset P, Q \subset R$ 이다. 따라서, $q \rightarrow p, q \rightarrow r$ 등이 참인 명제가 된다.

12. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

- ㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.
- ㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.
- ㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.
- ㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠, ㉤의 역이 참이다.

13. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P = \{a^2, 1\}$, $Q = \{a, 1\}$ 이다. p 가 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ -1 또는 0

⑤ 0 또는 1

해설

p 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로

$$P = Q$$

$$\{a^2, 1\} = \{a, 1\}$$

$$a^2 = a \text{ 또는 } a^2 = 1$$

$$a = 0, 1 \text{ 또는 } a = -1, 1$$

이 때, $a = -1$ 이면 $\{1, 1\} = \{-1, 1\}$ 이 되어 모순이므로 a 는 0 또는 1이다.

14. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

15. $\frac{x^3 - x}{x^2 - x} + \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} - \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} \times \frac{x + 2}{x^2 - x - 6}$ 을 계산하면?

① $x^2 + x + 1$

② $\frac{x^2 + 1}{x - 1}$

③ $\frac{2x}{x^2 - 1}$

④ $x^2 - 1$

⑤ $\frac{2x - 1}{x^2 - x}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1} \\ & - \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} \times \frac{x+2}{(x-3)(x+2)} \\ & = x + 1 + x^2 + 1 - 1 = x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

16. $y = \frac{x+a}{x+1}$ 의 그래프를 x 축 및 y 축의 방향으로 평행이동 하면 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+a}{x+1} = \frac{x+1+a-1}{x+1} = 1 + \frac{a-1}{x+1} \text{ 을 평행이동하여}$$

$$y = \frac{1}{x} \text{ 과 겹치려면 } a-1=1$$

$$\therefore a=2$$

17. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,

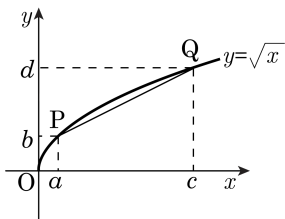
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, q = 2, r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

18. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기를 구하면? (단, $0 < a < c$)



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 는
 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$b = \sqrt{a}, d = \sqrt{c}$$

$$\therefore a = b^2, c = d^2$$

따라서 직선 PQ 의 기울기는

$$\frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{d-b}{(d-b)(d+b)} = \frac{1}{d+b} \text{ 이고}$$

$$\frac{b+d}{2} = 1 \text{ 에서 } b+d = 2 \text{ 이므로}$$

$$(\therefore \text{직선 PQ 의 기울기}) = \frac{1}{2}$$

19. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12

② 17

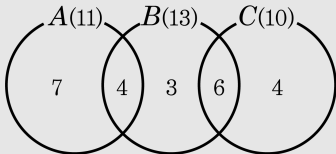
③ 24

④ 30

⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

20. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 사이에 $[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B^c \cap C^c)^c] = A \cup B$ 인 관계가 있을 때, 옳은 것은 ?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $(A \cup B) \subset C$

④ $C \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \subset C$

해설

$$A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B,$$

$$B \cap (B^c \cap C^c)^c = B \cap [(B^c)^c \cup (C^c)^c] = B \cap (B \cup C) = B$$

따라서, 조건식은 $(A \cap B) \cup B = A \cup B$

그런데, $(A \cap B) \cup B = B$ 이므로

$B = A \cup B$ 이다.

즉, $A \cup B = B$

$\therefore A \subset B$

21. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)

① $p : a > 3, q : a^2 > 9$

② $p : a^2 = ab, q : a = b$

③ $p : |a| < |b|, q : a < b$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$

⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

① 충분조건

③ 아무런 조건관계가 아니다.

④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.

⑤ 필요충분조건

22. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

$$(i) f(2x) = f(x) \quad (x = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) f(2x + 1) = 2^x \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$1280 = 2^8 \cdot 5 \text{ 이므로,}$$

$$f(2^8 \cdot 5) = f(2^7 \cdot 5) = f(2^6 \cdot 5) = \dots = f(5)$$

$$= f(2 \cdot 2 + 1) \text{ 이므로,}$$

$$f(2 \cdot 2 + 1) = 2^2 = 4$$

23. $\frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c} = k$ 라 할 때, k 의 값으로 가능한 것을 모두 고르면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

(분모의 합) = $a + 2b + 3c$

i) $a + 2b + 3c = 0$ 일 때

$$2b + 3c = -a, \quad 3c + a = -2b, \quad a + 2b = -3c \text{ 이므로}$$

주어진 식에 각각 대입하면

$$\frac{-a}{a} = \frac{-2b}{2b} = \frac{-3c}{3c} = k$$

$$\therefore k = -1$$

ii) $a + 2b + 3c \neq 0$ 일 때

$$k = \frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c}$$

$$= \frac{2a+4b+6c}{a+2b+3c} \quad (\because \text{가비의 리})$$

$$= \frac{2(a+2b+3c)}{a+2b+3c} = 2$$

i), ii)에서 $k = -1$ 또는 $k = 2$

24. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}+1$, $x = \sqrt{y+1}+1$ 의 교점을 P라고 할 때, 선분 OP의 길이를 구하면? (단, O는 원점)

① $3\sqrt{2}$

② $6\sqrt{2}$

③ $9\sqrt{2}$

④ $6\sqrt{3}$

⑤ $9\sqrt{3}$

해설

두 함수가 서로 역함수 관계이므로 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+1}+1$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x+1}+1 = x \text{에서}$$

$$x+1 = (x-1)^2$$

$$x = 0, 3$$

$$x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

$$\therefore P(3, 3)$$

$$\overline{OP} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

25. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$ 로 정의할 때, $(A \times B) \cup (B \times A)$ 의 원소의 개수는?

① 12 개

② 16 개

③ 20 개

④ 24 개

⑤ 28 개

해설

$A \times B$ 는 $a \in A, b \in B$ 인 모든 순서쌍 (a, b) 로 이루어지므로

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5)\}$

$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3)\}$

$(A \times B) \cap (B \times A) = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

따라서, $n(A \times B) = 12$, $n(B \times A) = 12$, $n((A \times B) \cap (B \times A)) = 4$
이므로

$$\begin{aligned} n((A \times B) \cup (B \times A)) &= n(A \times B) + n(B \times A) - n((A \times B) \cap (B \times A)) \\ &= 12 + 12 - 4 = 20 \end{aligned}$$