

1. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면?

① $\{\emptyset\}$

② $\{0\}$

③ $\{x|x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 3 \text{ 미만의 홀수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 4 \text{보다 크고 } 6 \text{보다 작은 짝수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

⑤ 4보다 크고 6보다 작은 짝수는 없으므로 공집합

2. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② A

③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{16\}, \{4, 8\}, \{4, 16\}, \{8, 16\}, \{4, 8, 16\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $X \subset A, X \neq A$ 인 집합 X 를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

진부분집합의 또다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이다.

따라서 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 진부분집합을 구하는 문제와 같은 문제이다.

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $\{1, 2, 3\}$ 의 진부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{1, 2, \{2\}, \{1, 3\}\}$ 의 진부분 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

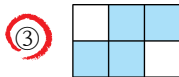
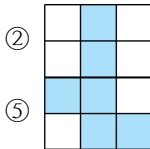
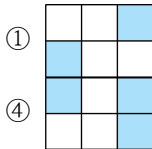
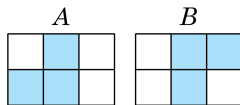
해설

진부분집합은 자기자신을 포함하지 않는 부분집합이다.

집합 A 의 원소개수가 4 개이다.

진부분집합의 개수 : $2^4 - 1 = 15$ (개)

5. 두 집합 A, B 가 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



해설



6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B \text{ 이므로}$$

$$A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$$

7. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

해설

명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ '이다.

p : 소풍가지 않는다. q : 비가 온다.

따라서 $\sim q \rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

8. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} \text{에서 } 9 \geq 3\sqrt[3]{abc},$$
$$3 \geq \sqrt[3]{abc}, \quad 27 \geq abc$$

9. x, y 가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때 $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠 부등식에 의하여

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

이 때, $x^2 + y^2 = 10$ 이므로

$$100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

(단, 등호는 $x = \frac{y}{3}$ 일 때 성립)

따라서 최댓값은 10이다.

10. 집합 $X = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 f 는 상수 함수이다. $f(2) = 2$ 일 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$ 의 값은 얼마인가?

① 100

② 50

③ 38

④ 20

⑤ 10

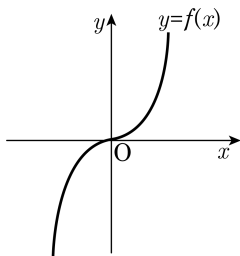
해설

$f(x)$ 가 상수함수이므로,

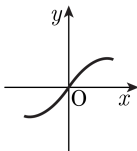
$$f(1) = f(3) = \cdots = f(19) = 2$$

$$\therefore f(1) + f(3) + \cdots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$$

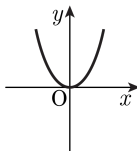
11. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



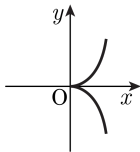
①



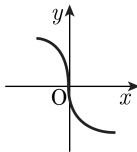
②



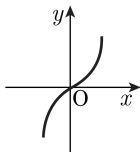
③



④



⑤



해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

12. 유리식 $\frac{x - \frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x - 2$

⑤ $x + 2$

해설

분자, 분모에 x 를 곱하면

$$\frac{\left(x - \frac{1}{x}\right) \times x}{\frac{x-1}{x} \times x} = \frac{x^2 - 1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \\ = x + 1$$

13. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 $A, B (B \neq 0)$ 에 대하여, $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B 가 상수인 유리식 $\frac{A}{B}$ 는 다항식
이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.

무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

① $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

② $\sqrt{2}x+3$ -유리식

③ $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$ -유리식

⑤ $2x + \sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식 ③ 유리식 ④ 무리식 ④ 무리식

14. 두 집합 $A = \{a - 1, 6, 7\}$, $B = \{a, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a - 1 = 4$

$\therefore a = 5$

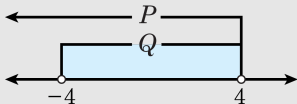
15. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4$, $q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

16. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.

$$\therefore 4^3 = 64$$

$$\therefore a + b = 64$$

17. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

18. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$$

19. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

20. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

21. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

22. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

23. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

24. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

25. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$,
 $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 10 개

② 8 개

③ 6 개

④ 4 개

⑤ 2 개

해설

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X \subset A$

집합 X 는 3, 4를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^2 = 4$ (개)