

1. 다음 중 유한집합인 것을 모두 골라라.

㉠ $\{x \mid x \text{는 자연수}\}$

㉡ $\{x \mid x \text{는 가장 작은 자연수}\}$

㉢ $\{x \mid 0 < x < 1, x \text{는 자연수}\}$

㉤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$

㉥ $\{x \mid x \text{는 1보다 작은 수}\}$

㉦ $\{x \mid x \text{는 100보다 작은 2의 배수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉦

해설

㉠ $\{1, 2, 3, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.

㉡ 가장 작은 자연수는 1이므로 유한집합이다.

㉢ 0과 1 사이에 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한 집합이다.

㉤ 유한집합

㉥ 1보다 작은 수는 $0, -1, -\frac{1}{2}, \dots$ 등 무수히 많이 존재하므로 무한집합이다.

㉦ $\{2, 4, 6, 8, \dots, 96, 98\}$ 이므로 유한집합이다.

2. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합은?

① 15

② 17

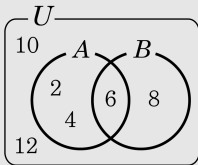
③ 20

④ 22

⑤ 24

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{2, 4, 6, 8\})^c = \{10, 12\}$ 이므로 원소의 합은 $10 + 12 = 22$ 이다.



3. 두 조건 $A = \{1, a^3 - 3a\}$, $B = \{a + 2, a^2 - a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정할 때, 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$A \cap B = \{2\}$ 을 만족하려면 A 에서 $a^2 - a = 2$, $a^2 - a - 2 = 0$, $a = -1$ or 2

$a = -1$ 이면, $B = \{1, 2\}$ 가 되어 $A \cap B = \{1, 2\}$ 즉, 조건에 어긋난다.

$\therefore a = 2$ 이면, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4\}$

$\therefore 1 + 2 + 4 = 7$

4. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.

④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.

③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.

④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.

⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

5. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned}
 & (|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\
 &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\
 &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\
 &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2 \\
 &\text{그런데 } |a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로} \\
 &|a| + |b| \geq |a + b| \text{ (단, 등호는 (} \quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 (} \quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)}
 \end{aligned}$$

① $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

② $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$

③ $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$

④ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$

⑤ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned}
 \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\
 &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\
 &= 2(|ab| - ab)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\
 &\Rightarrow |ab| = ab
 \end{aligned}$$

$$\text{㉢} : |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다}$$

6. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$$

7. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{5}$

② $-\frac{4}{13}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{4}{13}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{㉠} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{㉡} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{㉢} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 를 해 주면 $2(x+y+z)=18k$

$\therefore x+y+z=9k$

$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

8. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p + q = 14$$

9. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

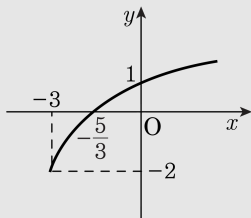
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



10. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

11. 다음 중에서 집합 $A = \{1, 3, 5, 15\}$ 의 부분 집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 3\}$

③ $\{5\}$

④ $\{1, 5, 15\}$

⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{15\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 15\}, \{3, 5\}, \{3, 15\}, \{5, 15\},$
 $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 15\}, \{3, 5, 15\}, \{1, 5, 15\}, \{1, 3, 5, 15\}$ 이다.

따라서 $2 \notin A, 10 \notin A$ 이므로 $\{1, 2, 10\}$ 은 집합 A 의 부분집합이 아니다.

12. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$$\therefore a \geq 3, b \leq -2$$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.

$$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$$

13. 세 조건 p, q, r 에 대하여 q 는 p 의 필요조건, q 는 r 의 충분조건이고 r 는 p 의 충분조건이다. 이 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요충분조건

해설

q 는 p 의 필요조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots ㉠$

q 는 r 의 충분조건이므로 $q \Rightarrow r \dots\dots ㉡$

r 는 p 의 충분조건이므로 $r \Rightarrow p \dots\dots ㉢$

㉠, ㉡에서 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로

$p \Rightarrow r \dots\dots ㉣$

㉢, ㉣에서 $r \Rightarrow p, p \Rightarrow r$ 이므로 $r \leftrightarrow p$ 이다.

$\therefore$ 필요충분조건

14. 세 함수 f, g, h 를 다음과 같이 정의할 때, 다음 중 합성함수가 정의되지 않는 것은?

$$f(x) = x - 1 \quad (1 \leq x \leq 3)$$

$$g(x) = (x - 1)^2 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$$h(x) = x^3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

① $g \circ f$

② $h \circ f$

③ $h \circ g$

④ $h \circ g \circ f$

⑤ $h \circ f \circ g$

해설

일반적으로 함수 f, g 에서 (f 의 치역) $\subset$ (g 의 정의역) 이면 합성함수 $g \circ f$ 를 정의할 수 있다.

$f(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$,

$g(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$,

$h(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 64\}$ 이므로

①, ②, ③, ④ 의 합성함수는 모두 정의된다.

⑤ $g(x)$ 의 치역이 $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$ 이고

$f(x)$ 의 정의역이 $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ 이므로 (g 의 치역) $\not\subset$ (f 의 정의역)

따라서 $f \circ g$ 가 정의되지 않으므로 $h \circ f \circ g$ 도 정의되지 않는다.

15. 함수 $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{3x+4}{x+1}$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① 3

② $\frac{8}{3}$

③ 6

④ $\frac{13}{2}$

⑤ 7

해설

$$\frac{x+1}{x-2} = t \text{로 놓으면}$$

$$x+1 = tx-2t, (t-1)x = 2t+1$$

$$\therefore x = \frac{2t+1}{t-1}$$

$$f(t) = \frac{3 \times \frac{2t+1}{t-1} + 4}{\frac{2t+1}{t-1} + 1} = \frac{10t-1}{3t}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{3}$$

16. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

17. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -4x - 5$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

① 5

② 3

③ 1

④ -3

⑤ -5

해설

$h(x) = ax + b$ 로 놓으면

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(2x + 3)$$

$$= a(2x + 3) + b = 2ax + 3a + b$$

그런데, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 이므로

$$2ax + 3a + b = -4x - 5,$$

$$2a = -4, 3a + b = -5$$

즉, $a = -2, b = 1$ 이므로 $h(x) = -2x + 1$

$$(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3) = -5$$

해설

$(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서

$h(f(x)) = g(x)$ 이고 $f(x) = 2x + 3$ 이므로

$$h(2x + 3) = g(x)$$

또한, $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3)$

$$h(3) = g(0) = -5$$

18. 다음 함수의 역함수를 구하면?

$$y = x^2 - 3 \text{ (단, } x \geq 0 \text{)}$$

① $y = \sqrt{x+1}$ (단, $x \geq -1$)

② $y = \sqrt{x+2}$ (단, $x \geq -2$)

③ $y = \sqrt{x+3}$ (단, $x \geq -3$)

④ $y = \sqrt{x+4}$ (단, $x \geq -4$)

⑤ $y = \sqrt{x+5}$ (단, $x \geq -5$)

해설

$x \geq 0$ 이면 $y = x^2 - 3 \geq -3$ 이므로 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$

한편, $y = x^2 - 3$ 을 x 에 대하여 풀면

$$x^2 = y + 3 \text{ 에서 } x = \pm \sqrt{y+3}$$

이 때, $x \geq 0$ 이어야 하므로

$$x = \sqrt{y+3} \text{ (단, } y \geq -3 \text{)}$$

여기서, x, y 를 서로 바꾸면

$$\text{구하는 역함수는 } y = \sqrt{x+3} \text{ (단, } x \geq -3 \text{)}$$

19. 함수 $y = \sqrt{a-2x} + 1$ 의 역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지나므로
원함수는 점 $(-2, 5)$ 를 지나게 된다.
따라서 $5 = \sqrt{a+4} + 1$
 $\therefore a = 12$

20. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는

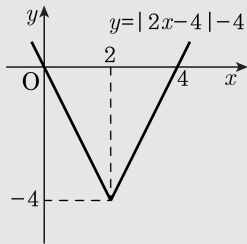
$y = |2x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2 만큼,

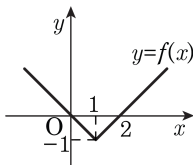
y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로

다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



21. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



- ① $f(x) = |x + 1| + 1$ ② $f(x) = |x + 1| - 1$
 ③ $f(x) = |x - 1| + 1$ ④ $f(x) = |x - 1| - 1$
 ⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

22. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{ 에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$a = 2 \text{ 이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{ 이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

23. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

24. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

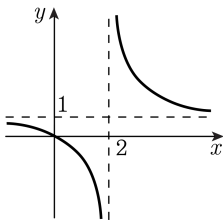
① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2



해설

점근선이 $x=2$, $y=1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a=1, c=-2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

$$\therefore a+b+c=-1$$

25. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($d > 0$) 와 $g(x) = \frac{x+2}{3x+4}$ 가 $(f \circ g)(x) = x$ 를 항상 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 점근선의 방정식이 $x = m, y = n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ $-\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$f(x)$ 가 일대일대응이고 $f \circ g = I$ 이므로

$$g = f^{-1} \text{ 또는 } g^{-1} = f$$

$y = g(x)$ 의 역함수를 구하면

$$y = \frac{x+2}{3x+4} \Leftrightarrow 3yx + 4y = x + 2$$

$$\Leftrightarrow (3y-1)x = -4y+2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4y+2}{3y-1}$$

$$\therefore y = g^{-1}(x) = \frac{-4x+2}{3x-1},$$

$$\begin{aligned} f(x) &= g^{-1}(x) \\ &= \frac{-4x+2}{3x-1} \\ &= \frac{ax+b}{cx+d} \quad (d > 0) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{4x-2}{-3x+1} \\ &= \frac{4\left(x-\frac{1}{3}\right) - \frac{2}{3}}{-3\left(x-\frac{1}{3}\right) - \frac{2}{3}} \\ &= -\frac{4}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{점근선의 방정식은 } x = \frac{1}{3}, y = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore m = \frac{1}{3}, n = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore m + n = -1$$

26. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

27. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$ 의 값은?

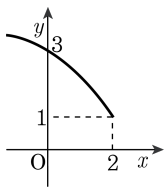
① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3



해설

주어진 그림은 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를

x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 $y - 1 = \sqrt{a(x - 2)}$

$$\text{즉 } y = \sqrt{a(x - 2)} + 1$$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{-2a} + 1$$

$$\sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore y = \sqrt{-2x + 4} + 1$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + 4 + 1 = 3$$

28. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\}$ 를 조건제시법으로 올바르게 나타낸 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 18 \text{인 정수}\}$

㉡ $A = \{x \mid 1 < x \leq 17 \text{인 짝수}\}$

㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\}$

㉣ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\}$

㉤ $A = \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6, 8, \dots, 18\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 짝수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 19 \text{ 미만의 짝수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 짝수}\} \end{aligned}$$

29. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수} \right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$

30. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

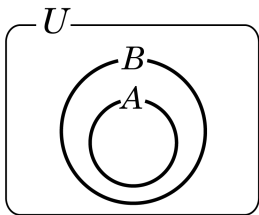
① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

31. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $A - B = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $B^c \subset A^c$

④ $U \subset (A \cup B)$

⑤ $U - A^c = B$

해설

② $B \cap A^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) \subset U$

⑤ $U - A^c = A$

32. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A - B) \cap X = A - B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A \cup X = A$ 이므로 $X \subset A$ 이고 $(A - B) \cap X = A - B$ 이므로 $(A - B) \subset X$ 이다. $\therefore (A - B) \subset X \subset A$

$A - B = \{6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

따라서 $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

33. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B 이다.

B : 범인은 D 이다.

C : 나는 범인이 아니다.

D : B 는 거짓말을 하고 있다.

① A, D

② B, C

③ C, B

④ D, C

⑤ B, A

해설

B 가 옳은 진술이라면 범인은 D 가 되고 C 도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B 는 거짓이 되고, D 가 옳은 진술이 된다. D 를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C 다.

34. 다음은 명제 ‘세 자연수 a, b, c 에 대하여, $a^2 + b^2 = c^2$ 이면, a, b, c 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’의 참, 거짓을 대우를 이용하여 판별하는 과정이다.

주어진 명제의 대우는

‘세 자연수 a, b, c 에 대하여 a, b, c 모두 3의 배수가 아니면 $a^2 + b^2 \neq c^2$ ’이므로

$$a^2 + b^2 = 3m + [\text{㉠}], c^2 = 3n + [\text{㉡}]$$

$\therefore a^2 + b^2 \neq c^2$ (단, m, n 은 음이 아닌 정수) 따라서 대우가 [㉢] 이므로 주어진 명제도 [㉢] 이다.

위의 과정에서, ㉠, ㉡, ㉢에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?

- ① 1, 0, 참 ② 1, 2, 거짓 ③ 2, 1, 참
④ 2, 0, 참 ⑤ 0, 1, 참

해설

(대우 ‘ a, b, c 모두 3의 배수가 아니라면 $a^2 + b^2 \neq c^2$ ’

이것의 참, 거짓을 증명하는 과정이다.

$a = 3p \pm 1, b = 3q \pm 1, c = 3r \pm 1$ 이면 $a^2 = 3(3p^2 \pm 2p) + 1, b^2 = 3(3q^2 \pm 2q) + 1$ 이므로

$a^2 + b^2 = 3m + 2$ (m 은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$$\therefore [\text{㉠}] = 2$$

그리고 $c^2 = 3(3r^2 \pm 2r) + 1$ 이므로

$c^2 = 3n + 1$ (n 은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$$\therefore [\text{㉡}] = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 \neq c^2$$

따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

$$\therefore [\text{㉢}] = \text{참}$$

35. 양수 a, b 가 $a+b=1$ 을 만족시킬 때, 두 수 $P=a^3+b^3, Q=a^2+b^2$ 의 대소로 비교로 바른 것은?

① $P > Q$

② $P \geq Q$

③ $P = Q$

④ $P < Q$

⑤ $P \leq Q$

해설

a, b 는 양수이고 $a+b=1$ 이므로

$$0 < a < 1, 0 < b < 1$$

또 $b=1-a$ 이므로

$$P = a^3 + b^3 = a^3 + (1-a)^3$$

$$= a^3 + 1 - 3a + 3a^2 - a^3$$

$$= 3a^2 - 3a + 1$$

$$Q = a^2 + b^2 = a^2 + (1-a)^2$$

$$= a^2 + a^2 - 2a + 1$$

$$= 2a^2 - 2a + 1$$

$$P - Q = 3a^2 - 3a + 1 - 2a^2 + 2a - 1$$

$$= a^2 - a = a(a-1)$$

그런데 $0 < a < 1$ 이므로 $a(a-1) < 0$

$\therefore P - Q < 0$ 이고 $P < Q$

36. x 가 실수일 때, $\frac{x^2 - x + 1}{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2}$ 의 최댓값은?

① $-\frac{3}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \\ &= x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1 + 1 \\ &= x^2 \left(x^2 - 2x + 3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) + 1 \\ &= x^2 \left\{ x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 3 \right\} + 1 \\ &= x^2 \left\{ \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 1 \right\} + 1 \end{aligned}$$

$$= x^2 \left(x + \frac{1}{x} - 1 \right)^2 + 1$$

$$= (x^2 - x + 1)^2 + 1$$

$$\therefore \text{준식} = \frac{x^2 - x + 1}{(x^2 - x + 1)^2 + 1} \text{이고}$$

$$x^2 - x + 1 = \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{4}$$

$$= \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$x^2 - x + 1 = t \text{로 치환 } t \geq \frac{3}{4} \text{하면}$$

$$\text{준식} : \frac{t}{t^2 + 1} = \frac{1}{\frac{t^2 + 1}{t}} = \frac{1}{t + \frac{1}{t}}$$

$$\text{여기서 } t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}} = 2$$

$$(\because t \geq \frac{3}{4})$$

$$\text{따라서 } \frac{t^{-1} + 1}{t} \text{의 최솟값은 } 2 \text{이고}$$

$$\frac{t}{t^2 + 1} \text{의 최댓값은 } \frac{1}{2} \text{이다.}$$

37. 집합 $X = \{-1, 1\}$ 을 정의역으로 하고, 실수 전체의 집합 R 를 공역으로 하는 함수

$f(x) = |x|, g(x) = ax - 2$ 에 대하여 $f(-1) = g(-1)$ 일 때, $a + g(1)$ 의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

$$f(-1) = g(-1) \text{에서 } |-1| = -a - 2, 1 = -a - 2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\text{이때, } g(1) = -3 - 2 = -5$$

$$\therefore a + g(1) = -3 - 5 = -8$$

38. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개

② 20 개

③ 25 개

④ 27 개

⑤ 30 개

해설

$f(-1) = f(1), f(0) = f(0)$ 이므로

A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

$\therefore 5 \times 5 = 25$ (가지)

39. 무리수 $\sqrt{k}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a^3 + b^3 = 9ab$ 을 만족하는 양의 정수 k 를 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 1

⑤ 11

해설

$$\sqrt{k} = a + b \quad \therefore b = \sqrt{k} - a$$

$$a^3 + b^3 = 9ab, \quad a^3 + (\sqrt{k} - a)^3 = 9a(\sqrt{k} - a)$$

$$\therefore 3a(3a - k) + \sqrt{k}(3a^2 - 9a + k) = 0$$

a, k 가 정수이므로

$$3a(3a - k) = 0, \quad 3a^2 - 9a + k = 0$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, \quad k = 6$$

40. $f(x)$ 는 유리수를 계수로 하는 x 의 다항식이고, $f(x) = x^2 + ax + b$,
 $f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ 0

⑤ 3

해설

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{4 \times 3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = f(2 + \sqrt{3})$$

$$= (2 + \sqrt{3})^2 + a(2 + \sqrt{3}) + b$$

$$= (7 + 2a + b) + (4 + a)\sqrt{3} = 0$$

그런데, $7 + 2a + b$, $4 + a$ 는 유리수이므로 무리수의 상등에 관한 정리에서

$$7 + 2a + b = 0, 4 + a = 0 \quad \therefore a = -4, b = 1$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

해설

$f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 이므로 $\sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$ 은 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $4 = -a$, 두 근의 곱 $1 = b$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

41. 집합 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 열을 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{16}$ 이라 하고, B_1 의 원소의 총합을 a_1 , B_2 의 원소의 총합을 $a_2, \dots, B_{16}$ 의 원소의 총합을 a_{16} 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{16}$ 의 값은?

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

집합 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수는 모두 16개인데 실제로 나열해 보지 않고서도 해결할 수 있다.

즉, -1 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

0 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

1 을 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개

2 를 반드시 포함하는 경우의 집합은 8개이므로 원소의 총합은

$$8(-1 + 0 + 1 + 2) = 16$$

42. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset X$ 를 만족하는 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

① 8 개

② 16 개

③ 24 개

④ 27 개

⑤ 32 개

해설

$A \subset B \subset X$ 를 만족하는 두 집합 A, B 를 집합 B 의 원소의 개수에 따라 분류해 보면

- i) $n(B) = 0$ 일 때, $B = \emptyset$ 이면 $A = \emptyset$ 이므로 1가지이다.
 - ii) $n(B) = 1$ 일 때, $B = \{1\}, \{2\}, \{3\}$ 각각의 경우에 따라 A 는 2가지씩이므로 6가지이다.
 - iii) $n(B) = 2$ 일 때, $B = \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 1\}$ 각각의 경우에 따라 A 는 4가지씩이므로 12가지이다.
 - iv) $n(B) = 3$ 일 때, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 A 는 8가지이다.
- 따라서 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는 $1 + 6 + 12 + 8 = 27$ (개)이다.

43. 집합 P 의 모든 원소의 합을 $s(P)$, 집합 P 의 부분집합을 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_N$ 으로 정의한다. 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a + 2 | a \in A\}$ 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A, B 의 모든 원소의 합을 구하여라.

- $A \cap B = \emptyset$
- $s(B_1) + s(B_2) + s(B_3) + \dots + s(B_N) = 128$

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{a_1 + 2, a_2 + 2, a_3 + 2, a_4 + 2\}$,

집합 B 의 모든 부분집합의 원소의 합에서 각 원소는 2^{4-1} 번 나오므로

$$s(B_1) + s(B_2) + s(B_3) + \dots + s(B_N) = 2^{4-1} \times (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 8) = 128 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 8 ,$$

또, $A \cap B = \emptyset$ 이므로 집합 A, B 의 모든 원소의 합은 $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 8) = 24$

44. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 3, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 약속할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 3, 5\} \text{에서}$$

$$A \star B = (A - B) \cup (B - A) = \{3, 4\} \cup \emptyset = \{3, 4\} = D \text{ 라 하면}$$

$$(A \star B) \star C = D \star C$$

$$= (D - C) \cup (C - D)$$

$$= \{4\} \cup \{1, 5\} = \{1, 4, 5\}$$

$$\text{원소의 합은 } 1 + 4 + 5 = 10$$

45. 집합 A, B 는 연속된 자연수 6개를 원소로 갖는 집합이다. A, B 의 원소의 총합을 $f(A), f(B)$ 라 할때, $|f(A) - f(B)|$ 를 구하면? (단, $n(A \cap B) = 3$)

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$A = \{a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5\}$ 라 하면

$n(A \cap B) = 3$ 이므로

$B = \{a-3, a-2, a-1, a, a+1, a+2\}$ 라 할 수 있다.

$$f(A) = 6a + 15, f(B) = 6a - 3$$

$$\therefore |f(A) - f(B)| = |6a + 15 - 6a + 3| = 18$$

46. 세 양수 x, y, z 가 $x + y + z = 1$ 을 만족할 때,
 $\left(2 + \frac{1}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{y}\right) \left(2 + \frac{1}{z}\right)$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 8 + 4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \\ &\quad + 2 \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right) + \frac{1}{xyz} \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} &= \frac{x+y+z}{xyz} = \frac{1}{xyz} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$(\text{준식}) = 8 + 4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{3}{xyz}$$

$$x + y + z = 1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x+y+z}{3} \geq 3\sqrt{xyz}$$

$$\left(\text{등호는 } x = y = z = \frac{1}{3} \text{ 일 때 성립} \right)$$

$$\therefore xyz \leq \frac{1}{27} \quad \therefore \frac{1}{xyz} \geq 27 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{3}{3\sqrt{xyz}} \geq 9 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 } (\text{준식}) \geq 8 + 36 + 81 = 125$$

47. 자연수에서 정의된 함수 f 가 임의의 자연수 n 에 대하여 관계식 $f(n+2) = f(n+1) + f(n)$ 을 만족할 때, 다음 중 $2f(4) + 3f(5)$ 와 함숫값이 같은 것은? (단, $f(1) \neq 0$)

① $2f(6)$

② $2f(7)$

③ $f(7)$

④ $f(8)$

⑤ $f(9)$

해설

주어진 관계식 $f(n+2) = (n+1) + f(n)$ 을 이용하여 $f(4) + f(5) = f(6)$ 이므로

$$\begin{aligned} 2f(4) + 3f(5) &= f(4) + f(5) + f(4) + f(5) + f(5) \\ &= f(6) + f(6) + f(5) \end{aligned}$$

또 $f(5) + f(6) = f(7)$, $f(6) + f(7) = f(8)$ 이므로
 $2f(4) + 3f(5) = f(6) + f(7) = f(8)$ 이다.

48. 0 이 아닌 실수 a, b, c 가 다음 관계를 만족한다. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$,
 $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = -3$ 일 때, $a+b+c$ 의 값들의
 합을 구하면?

① -1

② 1

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = -3 \text{ 에서}$$

$$a+b+c = k \cdots \textcircled{7} \text{ 으로 놓으면}$$

$$\frac{k-a}{a} + \frac{k-b}{b} + \frac{k-c}{c} = -3$$

$$k\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \text{ 에서 } ab + bc + ca = 0$$

$$\textcircled{7} \text{ 에서 } k^2 = (a+b+c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } \pm 1$$

따라서 k 값들의 합은 0 이다.

49. 다음은 제품 p_n 을 만드는 방법과 소요 시간에 대한 설명이다. (단, $n = 2^k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$)

가) 제품 p_1 을 한 개 만드는 데 걸리는 시간은 1이다.

나) 제품 p_1 을 차례대로 두 개 만든 다음에 이를 연결하면 제품 p_2 가 한 개 만들어진다.

다) 제품 p_n 을 차례대로 두 개 만든 다음에 이를 연결하면 제품 p_{2n} 이 한 개 만들어진다.

이 때 p_n 을 두 개 연결하는 데 걸리는 시간은 $2n$ 이다. 이때, 제품 p_{16} 을 한 개 만드는데 걸리는 시간은?

① 32

② 64

③ 80

④ 96

⑤ 112

해설

$n = 2^k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 이고 $p_1 \rightarrow 1$

$p_2 \rightarrow p_1 p_1$ 연결 : $1 + 1 + 2 = 4$

$p_4 \rightarrow p_2 p_2$ 연결 : $4 + 4 + 2 \times 2 = 12$

$p_8 \rightarrow p_4 p_4$ 연결 : $12 + 12 + 2 \times 4 = 32$

$p_{16} \rightarrow p_8 p_8$ 연결 : $32 + 32 + 2 \times 8 = 80$

50. 실수 a 가 $0 < a < 2$ 이고, 실수 x, y 가 연립방정식

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \\ ax - y = a^3 \end{cases} \quad \text{을 만족시킬 때,}$$

$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \cdots \textcircled{㉠} \\ ax - y = a^3 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times a$ 하면

$$(4 - a^2)x = 16 - a^4$$

$$\therefore x = 4 + a^2, \quad y = 4a$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-2)^2} \\ &= 4 \quad (\because 0 < a < 2) \end{aligned}$$