

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 아주 작은 정수들의 모임
- ② 성이 김씨인 중학생들의 모임
- ③ 중간고사 수학 성적이 80점 이상인 학생들의 모임
- ④ 0보다 작은 음수들의 모임
- ⑤ 착한 학생들의 모임

해설

‘아주 작은’ 혹은 ‘착한’의 기준은 객관적이지 못하므로 집합이 될 수 없다.

2. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cup X = A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

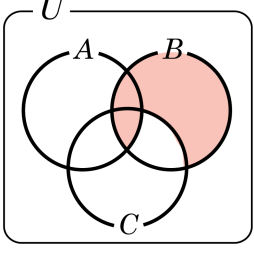
해설

$(A \cap B) \subset X \subset A$ 이므로

$\{2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

집합 X 는 2, 4를 원소로 갖는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



- ① $(A \cup B) - (B \cap C)$

② $(B \cup C) \cap A^c$

③ $(A \cap C)^c \cup B$

④ $(A - C) \cap B$

⑤ $(A \cup C^c) \cap B$

해설

색칠한 부분을 집합으로 표현하면 $(A \cap B) \cup (B - C) = (A \cap B) \cup (B \cap C^c) = (A \cup C^c) \cap B$

5. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 5, 9\}, B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cap A^c$ 은?

① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{7\}$ ④ $\{5, 7\}$ ⑤ $\{5, 9\}$

해설

$B \cap A^c = B - A = \{7\}$ 이다.

6. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

- ① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$
④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

해설

$2^{10n} > 0$, $1000^n > 0$ 이고, n 이 자연수이므로

$$\frac{2^{10n}}{1000^n} = \frac{(2^{10})^n}{1000^n} = \left(\frac{2^{10}}{1000}\right)^n = \left(\frac{1024}{1000}\right)^n > 1$$

$$\therefore 2^{10n} > 1000^n$$

7. $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

8. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ① $a = 1, b = -1$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = -1$
④ $a = 2, b = 0$ ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

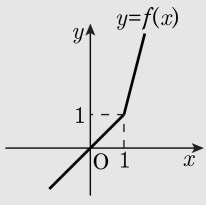
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

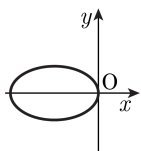
따라서 주어진 보기 중 ①, ②을

모두 만족시키는 것은 ③이다.

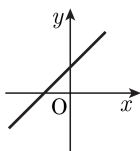


9. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

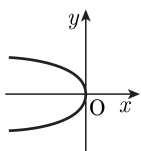
①



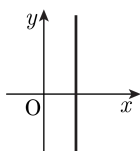
②



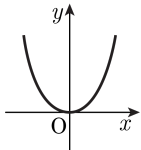
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. $\Rightarrow$ ②

10. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$$f^{-1} \circ f = f \circ f$$

이때, $f^{-1} \circ f = I$ (I 는 항등함수) 이므로 $f \circ f = I$

$$\text{즉 } (f \circ f)(x) = x$$

$$\begin{aligned} \therefore (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) \\ &= a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x \end{aligned}$$

따라서 $a^2 = 1$, $3a + 3 = 0$ 이므로 $a = -1$

11. 다음 식을 간단히 하면?

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

- ① 1 ② x ③ $\frac{1}{x}$ ④ $\frac{1}{1-x}$ ⑤ $-x$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1 + x - 1 = x \end{aligned}$$

12. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{15}{7}$

② $\frac{17}{8}$

③ $\frac{19}{9}$

④ $\frac{21}{10}$

⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

13. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$

④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

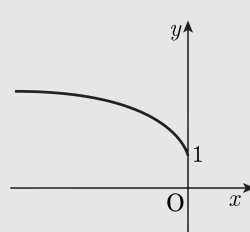
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$



14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned}a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\&= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\&= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\&= 199 - 3 \\&= 196\end{aligned}$$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $A \cup X = A$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 8개 ⑤ 32개

해설

$$(A - B) \cup X = X, \quad \therefore \{1, 2, 3\} \subset X$$

$$A \cup X = A, \quad \therefore X \subset A$$

X 는 1, 2, 3을 반드시 원소로 갖는 A 의 부분집합이다.

$$\therefore 2^2 = 4(\text{개})$$

16. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, a+1\}$, $B = \{4, 5, a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 4\}$ 일 때, $n(A-B)$ 를 구하면? (단, a 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$B = \{4, 5, a\}$ 이고 $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 3$

이 때, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

$A - B = \{1, 2\}$

$\therefore n(A - B) = 2$

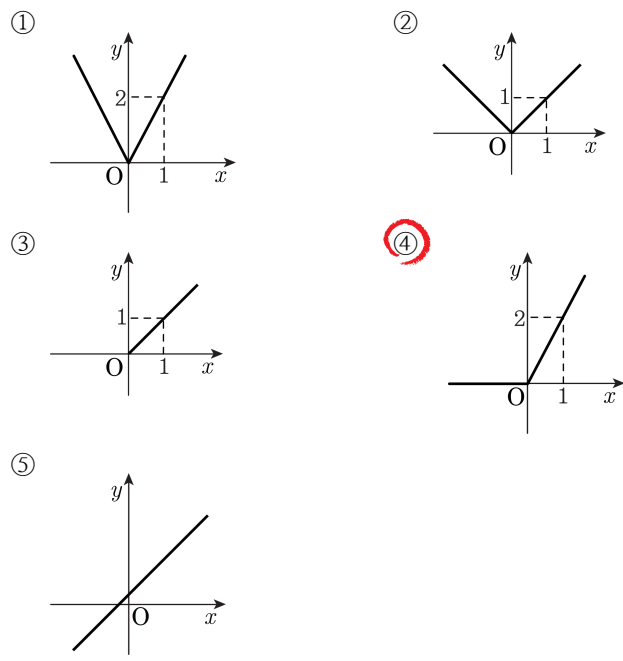
17. 다음 중 대우가 참인 것을 고르면?

- ① 평행사변형은 직사각형이다.
- ② 2의 배수는 4의 배수이다.
- ③ m, n 이 홀수이면 $m+n$ 은 홀수이다.
- ④ $x^2-9=0$ 이면 $x-3=0$ 이다.
- ⑤ $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.

해설

- ⑤ 최솟값 2를 제공하면 4이므로 참이다.

18. 다음 중 함수 $y = x + |x|$ 의 그래프는?



해설

$y = x + |x|$ 에서
 $x \leq 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고
 $x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.
따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

19. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$\therefore b = -1$

$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$

20. $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

2를 우변으로 이항하고 정리하면

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{13}$$

역수를 취하면 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11}$

$\therefore x = 1$

또, $y + \frac{1}{z} = \frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$

$\therefore y = 5, z = 2$

따라서 $x + y + z = 8$

21. $x + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0 \times 2 = 0$$

22. $-1 < a < 3$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{a^2+2a+1}+(\sqrt{a-2})^2+\sqrt{a^2-6a+9}$$

- ① a

② $a-2$

③ 4
- ④ $3a+2$

⑤ $a+2$

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{(a+1)^2}+(\sqrt{a-2})^2+\sqrt{(a-3)^2}\\&=|a+1|+(a-2)+|a-3|\\&=(a+1)+(a-2)-(a-3)\\&=a+1-2+3=a+2\end{aligned}$$

23. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6 - \sqrt{3} = 4 + (2 - \sqrt{3}) \quad (\because 0 < 2 - \sqrt{3} < 1)$$

$$\therefore x = 4, y = 2 - \sqrt{3}, \frac{1}{y} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4,$$

$$y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \left(y + \frac{1}{y} \right) = 52$$

$$\therefore \frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right) = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

24. 유리수 a, b 가 다음 두 조건을 만족할 때, b 의 값은?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad (a + \sqrt{3})(3 + b\sqrt{3}) = -3(1 + \sqrt{3})$$
$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \neq \sqrt{\frac{a}{b}}$$

- ① -3

② -2

③ -1

④ 2

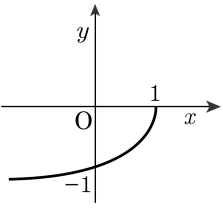
⑤ 3

해설

조건 ㉠에서 좌변을 정리하면
 $(3a+3b)+(ab+3)\sqrt{3} = -3-3\sqrt{3}$ 무리식의 상등에서 $3a+3b = -3, ab+3 = -3$
 $\therefore a+b = -1, ab = -6$
따라서 a, b 는 $x^2+x-6=0$ 의 두 근이다.
 $(x-2)(x+3) = 0 \quad \therefore x = 2, -3$
조건 ㉡에서 $a > 0, b < 0$ 이므로 $b = -3$

25. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1, 0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1, c = 0$

$\therefore b = -a, c = 0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고

주어진 그래프가 점(0, -1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1, b = 1, c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0 = 0$$

26. 두 수 $2p + 1$ 과 $2p + 5$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2p + 1, p^2, 2p + 5$ 가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \frac{(2p + 1) + (2p + 5)}{2}$

$$2p^2 = 4p + 6, p^2 - 2p - 3 = 0$$

$$(p + 1)(p - 3) = 0$$

따라서 $p = -1$ 또는 $p = 3$

이때, p 는 양수이므로 $p = 3$

27. 어떤 등차수열의 첫째항부터 10까지의 합이 100 이고, 11 항부터 20 항까지의 합이 300 일 때 21 항부터 30 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 500

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 100$$

$$2a + 9d = 20$$

$$S_{20} - S_{10} = \frac{20(2a + 19d)}{2} - 100 = 300$$

$$10(2a + 19d) = 400$$

$$2a + 19d = 40$$

$$2a + 9d + 10d = 40$$

$$20 + 10d = 40$$

$$d = 2$$

$$\therefore 2a = 2, a = 1$$

$$\begin{aligned} S_{30} - S_{20} &= \frac{30(2a + 29d)}{2} - (100 + 300) \\ &= \frac{30(2 + 29 \times 2)}{2} - 400 \\ &= 15 \times 60 - 400 \\ &= 500 \end{aligned}$$

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열일 때, 수열 $\{3a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 12, 공비가 2인 등비수열이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$a_n = ar^{n-1}$ 이므로

$$\{3a_{n+1} - 2a_n\} = 3ar^n - 2ar^{n-1}$$

$$= (3ar - 2a)r^{n-1} = 12 \cdot 2^{n-1}$$

따라서 $r = 2$ 이고 $3ar - 2a = 12$ 이다.

$$6a - 2a = 12, 4a = 12$$

$$\therefore a = 3$$

29. 부피가 8이고 겹넓이가 28인 직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 이 직육면체의 모서리의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 각각 a , ar , ar^2 이라 하면

$$(\text{부피}) = a \cdot ar \cdot ar^2 = (ar)^3 = 8$$

$$\therefore ar = 2 \cdots \text{㉠}$$

$$(\text{겹넓이}) = 2(a \cdot ar + ar \cdot ar^2 + ar^2 \cdot a)$$

$$= 2\{a \cdot ar + (ar)^2 \cdot r + (ar)^2\}$$

$$= 2(2a + 4r + 2^2)$$

$$= 4a + 8r + 8 = 28$$

$$\therefore a + 2r = 5 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 1$, $r = 2$ 또는 $a = 4$, $r = \frac{1}{2}$

따라서 (가로의 길이, 세로의 길이, 높이)가 (1, 2, 4) 또는 (4, 2, 1)이므로 이 직육면체의 모서리의 길이의 합은 $4(1 + 2 + 4) = 28$

30. 두 수 A, B 에 대하여 $A = 2^{10}$, $B = 5^{10}$ 일 때, 두 수 A, B 의 곱 AB 의 양의 약수의 총합을 A 와 B 의 식으로 나타낸 것은?

① $(2A + 1)(5B + 1)$

② $(5A - 1)(5B - 1)$

③ $\frac{1}{4}(2A + 1)(5B - 1)$

④ $\frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2A - 1)(5B - 1)$

해설

$$AB = 2^{10} \cdot 5^{10}$$

따라서 AB 의 양의 약수의 총합은

$$(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10})(1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10})$$

$$= \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} \times \frac{5^{11} - 1}{5 - 1}$$

$$= (2 \cdot 2^{10} - 1) \times \frac{1}{4}(5 \cdot 5^{10} - 1)$$

$$= (2A - 1) \times \frac{1}{4}(5B - 1)$$

$$= \frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$$

31. 실수로 이루어진 집합 B 가 다음의 두 조건을 만족할 때, 다음 설명 중 옳은 것은? (단, $n(B)$ 는 집합 B 의 원소의 개수를 나타낸다.)

$\textcircled{\text{㉠}} \quad n(B) = 1$

$\textcircled{\text{㉡}} \quad x \in B \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in B$

- $\textcircled{\text{㉠}}$ 집합 B 는 $\emptyset$ 뿐이다.
- $\textcircled{\text{㉡}}$ 집합 B 는 두 개 있다.
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $\{-1, 1\} \subset B$
- $\textcircled{\text{㉣}}$ $B = \{0\}$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $B \not\subset \{-1, 0, 1\}$

해설

집합 B 의 원소의 개수가 1개이므로 집합 B 는 원소가 하나뿐인 유한집합이다.

또, $x \in B$ 이면 $\frac{1}{x} \in B$ 에서

$x = \frac{1}{x}, x^2 = 1 \therefore x = \pm 1$ 따라서 $B = \{1\}$ 또는 $\{-1\}$ 이므로 집합 B 는 두 개 있다.

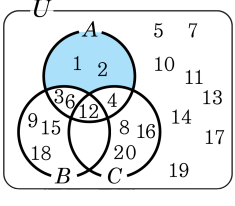
32. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x\text{는 } 12 \text{ 의 약수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 } 3 \text{ 의 배수}\}$,
 $C = \{x|x\text{는 } 4 \text{ 의 배수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : {1,2}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 18, 19, 20\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.
 $\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$



33. 어느 반의 63%의 학생은 공부를 잘하고 76%의 학생은 운동을 잘한다. 운동도 잘하고 공부도 잘하는 학생수의 최대, 최소 %(백분율)는 각각 얼마인가 ?
- ① 최대 89%, 최소 13% ② 최대 63%, 최소 39%
- ③ 최대 76%, 최소 37% ④ 최대 39%, 최소 24%
- ⑤ 최대 76%, 최소 39%

해설

전체집합을 U , 공부를 잘하는 학생의 집합을 A , 운동을 잘하는 학생의 집합을 B 라 하면 공부도, 운동도 잘하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다. $A \cap B$ 의 원소의 개수는 $A \subset B$ 일 때 최대가 되고, $A \cap B$ 의 원소의 개수는 $A \cup B = U$ 일 때 최소가 된다. $A \subset B$ 일 때 $A \cap B = A$ 이므로 $n(A \cap B) = n(A) = 63\%$
 $A \cup B = U$ 일 때 $n(A \cup B) = 100\%$ 이므로 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(U) = 63 + 76 - 100 = 39(\%)$
따라서, 최대 63%, 최소 39%

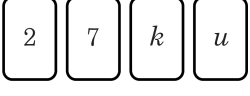
34. 조건 p, q, r 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 이라고 하자. $P - (Q \cup R) = (P \cup Q) - R$ 가 성립할 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?
- ① $p \rightarrow q$ ② $r \rightarrow q$ ③ $q \rightarrow p$
 ④ $p \rightarrow r$ ⑤ $q \rightarrow r$

해설

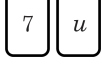
$P - (Q \cup R) = (P \cup Q) - R$ 벤다이어그램으로 나타내면

$Q \cup R = R \leftrightarrow Q \subset R \therefore q \rightarrow r$ 가 참이다.

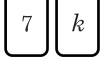
35. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



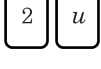
㉠



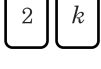
㉡



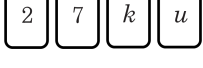
㉢



㉣



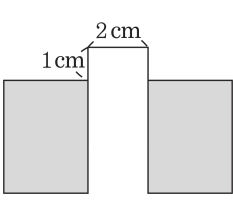
㉤



해설

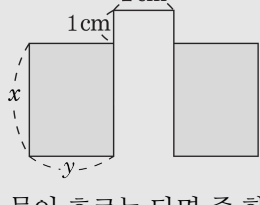
주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

36. 폭이 200cm인 긴 양철판을 구부려서 두 줄기로 물이 흘러가도록 하였다. 단면이 아래 그림과 같이 대칭인 모양으로 물이 가장 많이 흘러갈 수 있도록 했을 때, 물이 흘러가는 단면의 최대 넓이에 가장 가까운 값은?



- ① 1000 cm^2 ② 1200 cm^2 ③ 1600 cm^2
 ④ 2000 cm^2 ⑤ 2400 cm^2

해설



물이 흐르는 단면 중 한 쪽 직사각형의 가로를 $y\text{ cm}$, 세로를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

$$4x + 2y + 2 + 1 \times 2 = 200 \text{ 에서}$$

$$4x + 2y = 196, x > 0, y > 0 \text{ 이므로}$$

(산술평균) $\geq$ (기하평균) 에서

$$\frac{4x + 2y}{2} \geq \sqrt{4x \cdot 2y} = 2\sqrt{2}\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{xy} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{196}{2}$$

$$\therefore xy \leq \frac{49^2}{2}, 2xy \leq 49^2, 2xy \leq 2401$$

따라서 단면의 최대 넓이는 $2xy = 2401$

37. 함수 $f(x)$ 는 모든 함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키고, $g(x) = 3x + 1$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(h \circ f \circ g)(x) = h(x)$ 에서

$h((f \circ g)(x)) = h(x)$ 이므로

$(f \circ g)(x) = x \Rightarrow f(g(x)) = x$

$f(3x + 1) = x$

$3x + 1 = t$ 로 두면 $x = \frac{1}{3}t - \frac{1}{3}$ 이고

$f(t) = \frac{1}{3}t - \frac{1}{3}$

$\therefore f(7) = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} = 2$

38. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 1 : 2$ 가 성립할 때, $a_4 : a_7$ 는? (단, $a_1 \neq 0$ 이다.)

① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

해설

$$a_3 + a_4 = 2(a_1 + a_2)$$

$$a + 2d + a + 3d = 2(a + a + d)$$

$$2a + 5d = 4a + 2d$$

$$3d = 2a$$

$$\begin{aligned}\therefore a_4 : a_7 &= (a + 3d) : (a + 6d) \\ &= (a + 2a) : (a + 4a) = 3a : 5a \\ &= 3 : 5\end{aligned}$$

39. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로,
 $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.
 $a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$ 일 때 a 값이
최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로
부적합하다.
따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.
최댓값 : $a = 8$
최솟값 : $a = 2$
따라서 $8 - 2 = 6$

40. 어떤 심리학자가 사람의 상태를 A, B, C, D, E 의 다섯 가지 유형으로 분류하고 다음과 같은 가설을 세웠다.

- (i) A 형인 사람은 B 형이 아니다.
(ii) C 형이 아닌 사람은 B 형이 아니다.
(iii) C 형인 사람은 D 형이 아니다.
(iv) E 형인 사람은 B 형이다.

이

가설에 의하여 성립하지 않는 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ☐ ㉠ A 형인 사람은 E 형이 아니다.
☐ ㉡ E 형인 사람은 C 형이 아니다.
☐ ㉢ E 형이면서도 D 형인 사람이 있다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

조건 A, B, C, D, E 가 각각 상태가 A, B, C, D, E 인 사람을 나타낼 때, 가설 (i), (ii), (iii), (iv) 를 명제로 표현하면 $A \Rightarrow \sim B, \sim C \Rightarrow \sim B, C \Rightarrow \sim D, E \Rightarrow B$ 이고, 대우를 각각 구해 보면
(i)의 대우 : B 형이면 A 형이 아니다.
즉, $B \Rightarrow \sim A$
(ii)의 대우 : B 형이면 C 형이다.
즉, $B \Rightarrow C$
(iii)의 대우 : D 형이면 C 형이 아니다.
즉, $D \Rightarrow \sim C$
(iv)의 대우 : B 형이 아니면 E 형이 아니다.
즉, $\sim B \Rightarrow \sim E$
 $E \Rightarrow B$ 이고 $B \Rightarrow \sim A$ 이므로 $E \Rightarrow \sim A$,
즉, $A \Rightarrow \sim E$
 $\sim C \Rightarrow \sim B$ 이고 $\sim B \Rightarrow \sim E$ 이므로 $\sim C \Rightarrow \sim E$,
즉, $E \Rightarrow C$
 $D \Rightarrow \sim C, \sim C \Rightarrow \sim B, \sim B \Rightarrow \sim E$ 이므로 $D \Rightarrow \sim E$
따라서 보기 중에서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢ 이다.

41. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.
- ㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.
- ㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

- ① 필요, 충분, 필요충분
- ② 충분, 필요충분, 충분
- ③ 필요, 필요충분, 충분
- ④ 충분, 필요, 필요충분
- ⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면, $a-1, b-1, c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이므로 필요조건 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉡ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면 a, b, c 중 하나 또는 셋이 1보다 크므로 최댓값은 1보다 크다. 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이므로 충분조건 역으로 $a=2, b=0, c=0$ 이면 최솟값은 0이므로 필요조건은 아니다.
∴ 충분조건

42. 실수 전체의 집합을 R , 유리수 전체의 집합을 Q 라 할 때, R 에서 R 로의 함수 f 가 다음과 같이 정의되어 있다.

$$f(x) \begin{cases} \sqrt{2} & (x \in Q \text{일 때}) \\ 1 & (x \notin Q \text{일 때}) \end{cases} \quad \text{함수 } f \text{ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?}$$

<보기>

㉠ $x \in Q$ 일 때, $(f \circ f)(x) = 1$

㉡ $x \in R$ 일 때, $f(x + f(x)) = 1$

㉢ $x_1, x_2 \in R$ 이고, $f(x_1) = f(x_2) = 1$ 이면 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = 1$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $x \in Q$ 이면 $f(x) = \sqrt{2} \notin Q$
 $\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = 1$

㉡ i) $x \in Q$ 이면 $x + f(x) = x + \sqrt{2} \notin Q$
 $\therefore f(x + f(x)) = 1$
 ii) $x \notin Q$ 이면 $x + f(x) = x + 1 \notin Q$
 $\therefore f(x + f(x)) = 1$
 따라서, $x \in R$ 이면 $f(x + f(x)) = 1$

㉢ $f(x_1) = f(x_2) = 1$ 이므로 $x_1 \notin Q, x_2 \notin Q$
 그런데 $x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2}$ 인 경우에는
 $f(x_1) = f(x_2) = 1$ 이지만
 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = f(1) = \sqrt{2}$
 따라서 $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ 가 반드시 1이라고 할 수는 없다.