

1. $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 A 를 원소나열법으로 나열한 것으로 옳은 것은?

① $A = \{3, 6, 9\}$

② $A = \{3, 6, 9, 12, 18\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

④ $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

해설

20 보다 작은 3 의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18 이다. 이것이 집합 A 의 원소가 된다. 원소나열법은 집합에 속한 모든 원소를 $\{ \}$ 안에 나열하는 방법이므로, 이 원소들을 그대로 나열하면 된다.

2. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A , B , C 의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

각각의 집합을 원소나열법으로 나타내면

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

3. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

집합 A 에서 원소 2를 반드시 포함하고, 3을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{2\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 7\}$ 이므로 4개이다.

4. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x + 4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.
따라서 $x = 3$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

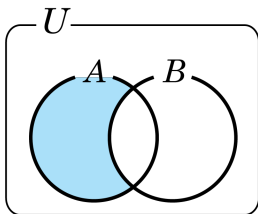
▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 9\}$

해설

$$B = \{1, 3, 9\} \text{ 이므로 } A \cap B = \{1, 3, 9\}$$

6. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합으로 옳게 표현한 것은?



① A^c

② $B - A$

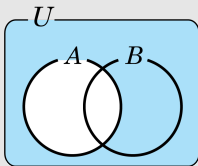
③ $U - A$

④ $B \cap A^c$

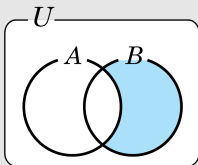
⑤ $A \cap B^c$

해설

①, ③

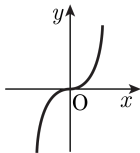


②, ④

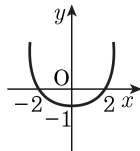


7. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

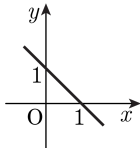
①



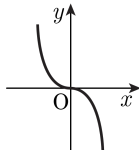
②



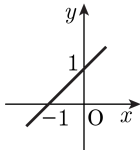
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

8. 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$ 의 계산 결과는?

① $\frac{-1}{(x+2)^2}$

② $\frac{1}{(x+2)^2}$

③ $\frac{2}{(x+2)^2}$

④ $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

9. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.

④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.

③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.

④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.

⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

10. 명제 ' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$

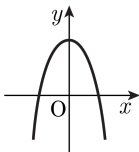
⑤ $P \subset Q$

해설

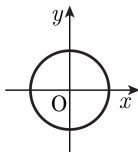
' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.'가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

11. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

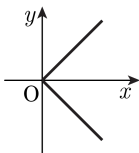
①



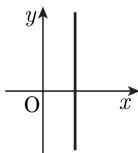
②



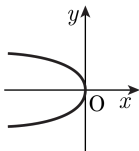
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

12. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < m < 0$

② $-\frac{1}{2} < m < 1$

③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$

④ $0 < m < 1$

⑤ $1 < m < 2$

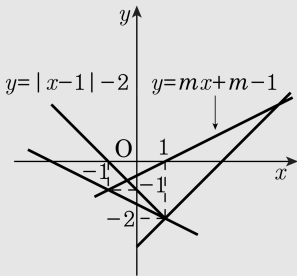
해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두

점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$



13. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

14. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

15. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

16. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

17. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

18. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1$$

$$n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$$

19. 네 집합 A, B, C, D 는 각각 한 개의 원소로 이루어져 있으며 다음을 만족시킨다. 이 때, 집합 B 의 원소는?

$$\textcircled{\neg} A \cup B \cup C \cup D = \{p, q, r, s\}$$

$$\textcircled{\subset} p \in A \cup C$$

$$\textcircled{\supset} q \in A \cup B$$

$$\textcircled{\supset} r \in B \cup C$$

$$\textcircled{\supset} A \subset \{q, s\}$$

$$\textcircled{1} p$$

$$\textcircled{2} q$$

$$\textcircled{\textcircled{3}} r$$

$$\textcircled{4} s$$

$$\textcircled{5} \text{ 알 수 없다.}$$

해설

$$\textcircled{\subset}, \textcircled{\supset}, \textcircled{\supset} \text{에서 } A \cup B \cup C = \{p, q, r\}$$

$$\text{따라서 } D = \{s\}$$

$$\textcircled{\supset} \text{에서 } A = \{q\}, \textcircled{\subset} \text{에서 } C = \{p\}$$

$$\text{따라서 } B = \{r\}$$

20. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것을 모두 고르면?(단, x, y 는 실수)

보기

㉠ $x^2 \geq 0$

㉡ $x^3 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 항상 성립한다. $\therefore$ 참

㉡ [반례] $x = -1$ 일 때, $x^3 < 0 \therefore$ 거짓

㉢ [반례] $x = 0, y = 0$ 일 때, $|x| + |y| = 0 \therefore$ 거짓

21. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$(2a + b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 16 + 1 + \frac{8b}{a} + \frac{2a}{b}$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } \frac{8b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 2 \sqrt{\frac{8b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 8$$

$$\therefore \text{최솟값은 } 17 + 8 = 25$$

22. $x \geq -1$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \sqrt{x+1}$ 로 정의된 함수 f 의 역함수를 f^{-1} 이라고 할 때 모든 양수 t 에 대하여 $\frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2}$ 를 옳게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{t+1}$
④ $\frac{t-1}{t+1}$

② $\frac{t}{t+1}$
⑤ $\frac{2t}{t-1}$

③ $\frac{2t-2}{t+1}$

해설

$f(x) = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)에서

역함수 $f^{-1}(x)$ 를 구하여 $f^{-1}(t)$ 로 나타내면

$$y = \sqrt{x+1} \rightarrow y^2 = x+1 \rightarrow x = y^2 - 1$$

$$\therefore f^{-1}(x) = x^2 - 1 \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore f^{-1}(t) = t^2 - 1$$

$$\therefore \frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2} = \frac{t^2 - 1}{(t+1)^2} = \frac{t-1}{t+1}$$

23. 두 집합 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

① 2 개

② 5 개

③ 10 개

④ 20 개

⑤ 120 개

해설

$x_1 \neq x_2$ 일 때,

$f(x_1) \neq f(x_2)$ 는 일대일 함수를 의미한다.

즉, $X = \{1, 2\}$ 이고 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 이므로
일대일 함수는 $f(1)$ 이 될 수 있는 것이

a, b, c, d, e 5 가지

$f(2)$ 가 될 수 있는 것이 $f(1)$ 을 제외한 4 가지

$\therefore 5 \times 4 = 20(\text{개})$

24. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $f(x) \leq x$ 를 만족한다. 이 때, 함수 f 의 개수는?

① 16 개

② 20 개

③ 24 개

④ 28 개

⑤ 32 개

해설

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1 의 1 개 $\Leftarrow f(1) \leq 1$

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2 의 2 개 $\Leftarrow f(2) \leq 2$

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2, 3 의 3개 $\Leftarrow f(3) \leq 3$

$f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은

1, 2, 3, 4 의 4개 $\Leftarrow f(4) \leq 4$

따라서, 구하는 함수 f 의 개수는

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ (개)

25. $a : b = c : d$ 일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b + 2d \neq 0$, $a - 2b \neq 0$, $c - 3d \neq 0$ 이다.)

보기

㉠ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

㉡ $\frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d}$

㉢ $\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{c+3d}{c-3d}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots$ 참

㉡ $\frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$

$2ad = 2bc, ad = bc \dots$ 참

㉢ $(a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$

$4bc = 6ad \dots$ 거짓