

1. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
{ x 는 10이하의 홀수}

① {1, 3}

② {1, 3, 5}

③ {1, 3, 5, 7}

④ {1, 3, 5, 7, 9}

⑤ {1, 3, 5, 7, 9, 10}

해설

{ x 는 10이하의 홀수} = {1, 3, 5, 7, 9}

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

- ③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\}$: 무한집합
- ④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

3. $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$
일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 구하면?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$ ③ $B \subset A \subset C$
④ $B \subset C \subset A$ ⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$A = \{-2, 2\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 $\therefore A \subset C \subset B$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13, n(B) = 16, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$21 = 13 + 16 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

6. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{2, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $B - A = \emptyset$ ② $A^c \cup B = U$ ③ $B \cap A^c = \emptyset$
④ $A \cap B = B$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 8\}$ 이므로 $B \subset A$ 이다.
따라서 ② $A^c \cup B \neq U$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{5, a+1, 2 \times a, 11\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2, 5, 8\}$

③ $\{1, 2, 7, 8\}$

④ $\{1, 2, 6, 10\}$

⑤ $\{1, 2, 6, 10, 11\}$

해설

$A \cap B = \{5\}$ 이므로 $a = 5$ 이다. 따라서 $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{5, 6, 10, 11\}$ 이므로

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2\} \cup \{6, 10, 11\} = \{1, 2, 6, 10, 11\}$ 이다.

8. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$ ② $P \cap Q = \emptyset$ ③ $Q \subset P$
④ $P \subset Q$ ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

9. a, b 가 양수일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right) = 1 + 4ab + \frac{1}{ab} + 4$$

a, b 가 양수이므로, $ab > 0$

$$4ab + \frac{1}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{4ab \cdot \frac{1}{ab}} = 4$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right) = 4ab + \frac{1}{ab} + 5 \geq 5 + 4 = 9$$

10. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 두 집합 A, B 는 다음과 같고, 집합 X 의 원소가 집합 A 에는 속하지만 집합 B 에는 속하지 않을 때 집합 X 의 원소들의 합은?

보기

$$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}, B = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$$

- ① 0 ② 2 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 3, 5, 7\}, B = \{1, 2, 5, 10\}, \\ \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\} &= A - B \text{ 이므로} \\ A - B &= \{3, 7\} \\ \therefore 3 + 7 &= 10 \end{aligned}$$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $n(A \cup X) = 4$, $n((A - B) \cap X) = 2$ 일 때, 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A \cup X) = 4$ 에서 $n(A) = 4$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.
또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 2\} \cap X) = 2$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다.
따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 1, 2를 반드시 포함하는 A 의 부분 집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

14. 다음에서 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 골라 기호로 써라. (단, a, b 는 실수)

㉠ $p : A \cup B = B, q : A \subset B$

㉡ $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 이고 $b = 0$

㉢ $p : a^2 = b^2, q : a = b$

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

㉢ $p : a^2 = b^2 \leftarrow q : a = b$

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건

15. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x + 12)$ 를 만족시키고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(13) + f(37) - f(25)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(13) = f(1 + 12) = f(1)$$

$$f(25) = f(13 + 12) = f(13) = f(1)$$

$$f(37) = f(25 + 12) = f(25) = f(1)$$

$$\text{따라서 준식은 } f(1) + f(1) - f(1) = f(1) = 3$$

16. 공집합이 아닌 두집합 X, Y 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = x^2 - x - 3$, $g(x) = x + 5$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, 정의역 X 가 될 수 있는 집합의 개수는 a 개이다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로 집합 X 는 방정식 $f(x) = g(x)$ 를 만족하는 x 의 값을 원소로 갖는 집합이다.

$$x^2 - x - 3 = x + 5 \text{에서 } x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

즉, 집합 $\{-2, 4\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이 정의역 X 가 될 수 있으므로 집합 X 의 개수는 $2^2 - 1 = 3(\text{개})$ 이다.

$$\therefore a = 3$$

17. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

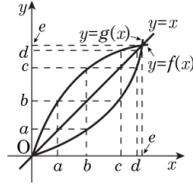
즉 $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$ 이다.

따라서, $f(x) = ax^3 + b$ 에서

$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

18. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이 때, $(f \circ g \circ f)(b)$ 의 값을 구하면? (단, 모든 점선은 x 축, 또는 y 축에 평행하다.)

- ① a ② b ③ c
 ④ d ⑤ e



해설

$f(b)$ 의 값에 대응하는 x 좌표는 $y = x$ 의 $f(b) = x$ 값이고
 이때 $x = c$, $g(c)$ 의 값에 대응하는 x 좌표는 $y = x$ 의 $g(c) = x$ 값이고
 이때 $x = b$, $f(b) = c$ 이므로
 $\therefore c$

해설

그림에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 역함수 관계이므로
 $(f \circ g \circ f)(b) = f(b) = c$

19. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 비율은 6 : 5, 합격생의 남녀 비율은 7 : 6, 불합격생의 남녀 비율은 3 : 2이다. 남자의 합격률을 p , 여자의 합격률을 q 라고 할 때, pq 의 값은?

- ① $\frac{39}{80}$ ② $\frac{42}{80}$ ③ $\frac{45}{80}$ ④ $\frac{53}{80}$ ⑤ $\frac{63}{80}$

해설

수험생의 남녀의 수를 $6a, 5a$, 합격생의 남녀의 수를 $7b, 6b$
 불합격생의 남녀의 수를 $3c, 2c$ 로 놓으면

$$6a = 7b + 3c \dots ①$$

$$5a = 6b + 2c \dots ②$$

① $\times 2 -$ ② $\times 3$ 을 정리하면

$$-3a = -4b$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore p = \frac{7b}{6a} = \frac{7}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8}, q = \frac{6b}{5a} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{10}$$

$$\therefore pq = \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{63}{80}$$

20. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{5}{3}$ 이고,

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$x = -\frac{b}{2}$, $y = \frac{a}{2}$ 이다.

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

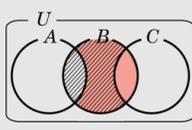
$$\therefore a+b = 2$$

21. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C^c$ 이고 $n(B) = 5, n(B-A) = 4, n(B-C) = 3$ 이다. 이 때, 집합 $B - (A \cup C)$ 의 원소의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 없다.

해설

$A \subset C^c \Leftrightarrow A \cap C = \emptyset$ 이므로 다음 벤 다이어그램에서 붉게 색칠한 부분은 집합 $B-A$ 를 나타내고 빗금이 있는 부분은 집합 $B-C$ 를 나타내고 둘 다 있는 부분은 집합 $B - (A \cup C)$ 를 나타낸다.



$$n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) = 4 \therefore n(A \cap B) = 1$$

$$n(B-C) = n(B) - n(B \cap C) = 3 \therefore n(B \cap C) = 2$$

$$\text{즉, } B - (A \cup C) = n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = 5 - 1 - 2 = 2$$

22. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x-1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a \leq 4$ ② $a > 4$ ③ $a \geq 4$
 ④ $a > 2$ ⑤ $2 \leq a \leq 4$

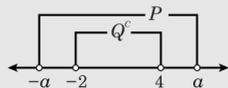
해설

$$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$$

$$P = \{x | -a < x < a\}$$

$$Q = \{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4\}$$

$$Q^c = \{x | -2 < x < 4\}$$



$$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2, a \geq 4$$

$$\therefore a \geq 4$$

23. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

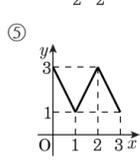
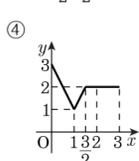
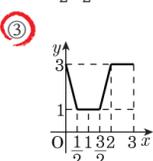
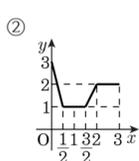
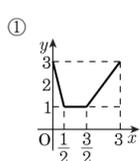
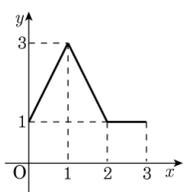
- ① $Q^c \cap P^c = Q^c$ ② $P - Q = \emptyset$ ③ $P \cup Q = Q$
④ $Q - P = \emptyset$ ⑤ $P \cap Q = P$

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 p 가 q 이기 위한 필요조건이 아니므로 $Q \not\subset P$
 $\therefore Q - P \neq \emptyset$

24. 함수

$y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 3$)의 그래프가 그림과 같을 때, 합성함수 $y = (f \circ f)(x)$ ($0 \leq x \leq 3$)의 그래프는 무엇인가?



해설

$0 \leq x \leq 2$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프가 $x = 1$ 에 대하여 대칭이므로 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프도 $0 \leq x \leq 2$ 에서 $x = 1$ 에 대하여 대칭이다.
 $y = (f \circ f)(x) = f(f(x))$ 에서
 $f(f(0)) = f(1) = 3$
 $f(f(1)) = f(3) = 1$
 $f(f(2)) = f(1) = 3$
 $f(f(3)) = f(1) = 3$
 따라서, $y = (f \circ f)(x)$ 를 그래프로 나타내면 ③과 같다.

25. $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a 의 최솟값은?

- ① -2 ② $-\frac{7}{5}$ ③ -1 ④ $-\frac{4}{5}$ ⑤ $-\frac{2}{5}$

해설

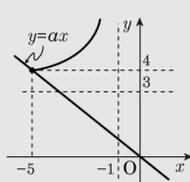
$-5 \leq x < -1$ 에서 직선 $y = ax$ 가

함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

$$y = \frac{3x-1}{x+1}$$

$$= \frac{3(x+1)-4}{x+1}$$

$$= \frac{-4}{x+1} + 3$$



$y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같고,

$x = -5$ 일 때 $y = 4$ 이므로 점 $(-5, 4)$ 를 지난다.

직선 $y = ax$ 가 점 $(-5, 4)$ 를 지날 때,

$$4 = -5a \text{에서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서 $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$a \geq -\frac{4}{5}$ 이어야 하므로

a 의 최솟값은 $-\frac{4}{5}$ 이다.