

1. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별히 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?
- ① 가격이 2000 원인 음식

② 여학생들이 좋아하는 음식

③ 남학생들이 좋아하는 음식

④ 가격이 비교적 싼 음식

⑤ 맛있는 음식

메뉴	가격
라면	2000 원
김밥	1000 원
볶음밥	2000 원
우동	2000 원
순대	2000 원
떡볶이	1000 원
냉면	2000 원

해설

① 가격이 2000 원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.

②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 ‘좋아하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

④ ‘비교적 싼’이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

2. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ { x 는 10 이하의 짝수}
- ㉡ { x 는 10보다 작은 2의 배수}
- ㉢ { x 는 24의 약수}
- ㉣ { x 는 18의 약수}
- ㉤ { x 는 36의 배수}

(1) {2, 4, 6, 8, 10}

(2) {1, 2, 3, 6, 9, 18}

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2 의 배수)라는 점이고

(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18 의 약수라는 점이다.

3. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

- ① $\{L, O, V, E\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } -2 \leq x \leq 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$

해설

- ① 16 개 ② 8 개 ③ $\emptyset$
- ④ 무한집합 ⑤ 16 개

4. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B$ 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$A - B = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
 $\therefore 5 \text{개}$

5. $p : x = 3$, $q : x^2 = 3x$ 에서 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설

조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면 $P = \{3\}$, $Q = \{0, 3\}$
이므로 $P \subset Q$, $Q \not\subset P \therefore$ 충분조건

6. 등식 $a(1+3\sqrt{2})+b(2-\sqrt{2})=-4+9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a=1, b=-3$

② $a=1, b=-2$

③ $a=2, b=-3$

④ $a=-2, b=-1$

⑤ $a=-2, b=3$

해설

$(a+2b)+(3a-b)\sqrt{2}=-4+9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a+2b=-4 \\ 3a-b=9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

$$\therefore a=2, b=-3$$

7. 두 집합 $A = \{x \mid a \leq 2x + 1 \leq 9\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq b\}$ 가 서로 같을 때, 상수 a, b 의 합은? (단, 집합 A, B 는 공집합이 아니다.)

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$a \leq 2x + 1 \leq 9$ 에서

$a - 1 \leq 2x \leq 8, \frac{a - 1}{2} \leq x \leq 4$

$\therefore A = \left\{x \mid \frac{a - 1}{2} \leq x \leq 4\right\},$

$B = \{x \mid -2 \leq x \leq b\}$

이때, $A = B$ 이므로

$\frac{a - 1}{2} = -2, b = 4$

$a = -3, b = 4$

$\therefore a + b = 1$

8. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

해설

$A - (A \cap B) = A - B = \{1, 3, 5, 6\} - \{5, 6\} = \{1, 3\}$ 이다.

9. $n(A) = 26$, $n(B) = 17$ 이고, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 18

④ 25

⑤ 26

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 26 - 8 = 18$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

11. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합 X 의 개수는 몇 개인가?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서
 $3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5, -1$
즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$ 일 때 $f(x) = g(x)$ 이다.
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

13. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$
 $= -(ax + b) + a = -ax + a - b$ 이므로 $-ax + a - b = 2x - 4$
그런데, 이것은 x 에 대한 항등식이므로
 $a = -2, b = 2$
 $\therefore ab = -4$

14. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 일대일대응인 세 함수 f, g, h 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단, I 는 항등함수)

보기

- ㉠ $f \circ g = g \circ f$
- ㉡ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$
- ㉤ $f \circ g = I$ 이면 $g = f^{-1}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.
 $\therefore$ 옳다.
- ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$
 $\therefore$ 옳지 않다.
- ㉤ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ 이므로
 $f \circ g = I$ 에서 $f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$
 $\therefore g = f^{-1} \therefore$ 옳다.

15. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

16. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

17. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

18. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

19. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

20. 두 집합 $A = \{\neg, \square, \supset, \wedge\}$, $B = \{\supset, \neg, \square, \supset\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 한글 자음을 차례대로 구한 것은?

- ① $\supset$, $\wedge$ ② $\neg$, $\supset$ ③ $\neg$, $\wedge$ ④ $\neg$, $\neg$ ⑤ $\supset$, $\wedge$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 하므로 두 집합을 비교하면 집합 A 의 $\square = \neg$ 이고, 집합 B 의 $\square = \neg$ 이다.

21. 두 조건 $p : 3 < x < 5$, $q : |x - 1| < a$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되는 실수 a 의 범위는?

① $0 < a < 4$

② $a \geq 4$

③ $0 \leq a < 3$

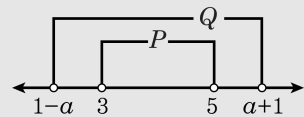
④ $a > 4$

⑤ $0 < a < 3$

해설

$$p \rightarrow q(T) \Rightarrow P \subset Q$$

$$Q : -a < x - 1 < a \Rightarrow 1 - a < x < a + 1$$



$$\therefore 1 - a \leq 3 \text{ 그리고 } 5 \leq a + 1$$

$$\therefore -2 \leq a \text{ 그리고 } 4 \leq a$$

$$\therefore a \geq 4$$

22. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

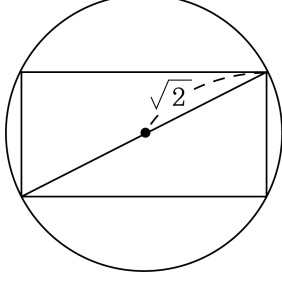
$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

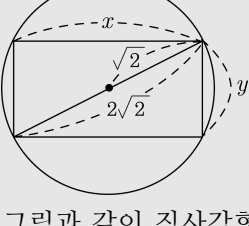
$$\therefore a^2 \leq b$$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설



그림과 같이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 $x, y(x > 0, y > 0)$ 라고 하면
 $x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$
직사각형의 둘레의 길이는 $2x + 2y$ 이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(2x + 2y)^2 \leq (2^2 + 2^2)(x^2 + y^2) = 8 \times 8 = 64$ (단, 등호는 $x = y$ 일 때 성립)
 $\therefore -8 \leq 2x + 2y \leq 8$
따라서 구하는 최댓값은 8이다.

24. 작년에 16만원하던 자전거와 4만원하던 헬멧이 올해는 각각 5%, 10%씩 인상되었다. 자전거와 헬멧을 한 세트로 보았을 때, 한 세트의 인상률은?

- ① 6% ② 7% ③ 7.5% ④ 8% ⑤ 15%

해설

지난해 자전거, 헬멧 한 세트의 가격은 $16 + 4 = 20$ 만원

올해 자전거는 $0.05 \times 16 = 0.8$, 즉 8천원 인상.

헬멧은 $0.10 \times 4 = 0.4$, 즉 4천원 인상.

한 세트에 1만 2천원 인상되었다.

따라서 전체의 인상률은 $\frac{1.2}{20} = \frac{6}{100} = 6(\%)$

25. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{b^2}{2} + \frac{2}{b^2}$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = 3 + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}, 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서}$$

$$4 < 3 + \sqrt{3} < 5$$

$$\therefore 3 + \sqrt{3} = 4 + b$$

$$\therefore b = \sqrt{3} - 1$$

$$\therefore \frac{b^2}{2} + \frac{2}{b^2} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2} + \frac{2}{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{4-2\sqrt{3}}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$