

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $B \subset (A \cup B)$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

2. 명제 「 a, b 가 모두 정수이면 $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이다.」의 역, 이, 대우 중 참 인 것을 모두 적으면?

① 역

② 이

③ 대우

④ 역, 이

⑤ 역, 이, 대우

해설

주어진 명제: a, b 가 모두 정수이면 $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이다.(참)

역: $a + b$ 와 $a - b$ 도 모두 정수이면 a, b 가 모두 정수이다.(거짓)
따라서 주어진 명제가 참이므로 그 대우가 참이 되고, 명제의 역이 거짓이므로 그 대우인 이도 거짓이다.

3. 정삼각형 ABC는 이등변삼각형 ABC이기 위한 무슨 조건인가?

① 충분조건

② 필요조건

③ 대우

④ 필요충분조건

⑤ 아무조건도 아니다.

해설

정삼각형 ⊂ 이등변삼각형

4. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

- ① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5 ⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

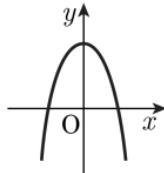
$13 \geq (x + y)^2$ 이므로

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

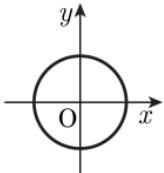
$\therefore x + y$ 의 최댓값은 $\sqrt{13}$

5. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

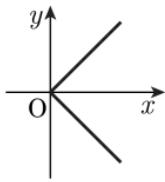
①



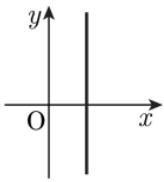
②



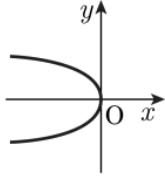
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

6. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$)로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

7. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3} \\&= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25} \\&\therefore A = -25\end{aligned}$$

8. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8} \text{에서}$$

$$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$$

$$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$$

9. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8 \text{에서}$$

$0 < \log 8 < 1$ 이므로

$\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$$

10. $x+y=3, x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $2x^2+y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면 $M-m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$y = 3 - x \geq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3$$

$$2x^2 + y^2 = 2x^2 + (3-x)^2 = 3(x-1)^2 + 6$$

$$x = 1 \text{ 일 때}, m = 6$$

$$x = 3 \text{ 일 때}, M = 18$$

$$\therefore M - m = 12$$

11. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5 \\ &= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5 \\ &= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9 \end{aligned}$$

x, y, z 는 실수이므로

$$(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$$

따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는

$x = 2, y = 0, z = 0$ 일 때,

최댓값 9를 갖는다.

12. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

공통부분은 $-\frac{8}{3} < x < -2$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

공통부분은 $-2 \leq x < 0$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

공통부분은 없음

i), ii), iii) 을 모두 합하면 $-\frac{8}{3} < x < 0$

정수 $x : -2, -1$ (2개)

13. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이려면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

14. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $P = \{p|p = a + b, a \in A, b \in B\}$, $Q = \{q|q = ab, a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4개

해설

집합 P 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 더한 것을 원소로 하고, 집합 Q 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 곱한 것을 원소로 한다. 두 집합의 원소를 구하면 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로

$$P \cap Q = \{0, 1, 2, 3\}$$

따라서 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수는 4개이다.

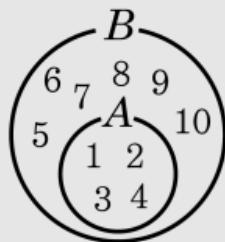
15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x \leq 10\text{인 자연수}\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $A \subset B$

해설

$B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다. 벤 다이어그램을 그리면 아래와 같다.



16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}, B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cup X = X, (A - B) \cap X = \{5\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?(단, X 는 U 의 부분집합이다.)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\{3, 7\} \cup X = X, \{1, 5\} \cap X = \{5\}$ 이므로

$\{3, 7\} \subset X, 1 \notin X, 5 \in X$ 이다.

따라서 $\{3, 5, 7\} \subset X \subset \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 = 2(\text{개})$ 이다.

17. 두 조건 $p : -1 \leq x < 3$, $q : a \leq x - 3 \leq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

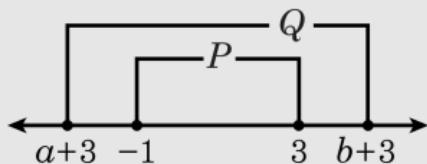
⑤ -1

해설

$$p : -1 \leq x \leq 3$$

$$q : a \leq x - 3 \leq b \rightarrow a + 3 \leq x \leq b + 3$$

$$p \rightarrow q \therefore P \subset Q$$



$$\therefore a + 3 \leq -1, b + 3 \geq 3 \Leftrightarrow a \leq -4, b \geq 0$$

$$\therefore M = -4, m = 0, M + m = -4$$

18. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$

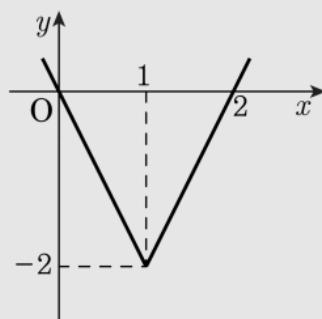
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



19. x, y 는 실수이고 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = -\sqrt{\frac{x}{y}}$ 일 때, $\sqrt{(y-x)^2} + (\sqrt{x-y})^2 - 2\sqrt{y^2}$

을 간단히 하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $2x$

해설

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = -\sqrt{\frac{x}{y}} \text{이 성립하므로 } y < 0, x \geq 0$$

$$\sqrt{(y-x)^2} + (\sqrt{x-y})^2 - 2\sqrt{y^2}$$

$$= |y-x| + x - y - 2|y|$$

$$= -y + x + x - y + 2y = 2x$$

20. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▶ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\&= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[12]{2^5}} \\&= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24} \times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}\end{aligned}$$

따라서 $P = 29$, $q = 24$ 이므로 $p + q = 53$

21. 양수 a, b, c 가 $abc = 9, a^x = b^y = c^z = 81$ 을 만족시킬 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$a = 81^{\frac{1}{x}}, b = 81^{\frac{1}{y}}, c = 81^{\frac{1}{z}}$$

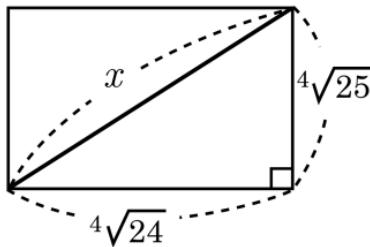
$$abc = 81^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}$$

$$9 = 9^{2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z})}$$

$$1 = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$$

22. 가로와 세로의 길이가 각각 $\sqrt[4]{24}$, $\sqrt[4]{25}$ 인 직사각형의 대각선의 길이는?



- ① $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ ③ 3
④ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

$$x = \sqrt{(\sqrt[4]{24})^2 + (\sqrt[4]{25})^2}$$

$$= \sqrt{\sqrt{24} + \sqrt{25}}$$

$$= \sqrt{2\sqrt{6} + 5}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

23. $\log_{x-3}(-x^2 + 6x - 8)$ 의 값이 존재하기 위한 실수 x 의 범위는?

- ① $-1 < x < 3$ ② $0 > x$ ③ $2 < x < 5$
④ $3 < x < 4$ ⑤ $5 < x < 7$

해설

밑의 조건에서 $x - 3 > 0, x - 3 \neq 1$

따라서 $x > 3, x \neq 4 \cdots ㉠$

진수의 조건에서 $-x^2 + 6x - 8 > 0$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$(x - 2)(x - 4) < 0$$

따라서 $2 < x < 4 \cdots ㉡$

㉠, ㉡의 공통범위를 구하면 $3 < x < 4$

24. 두 양수 A , $\frac{1}{A}$ 의 상용로그의 소수 부분을 각각 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\log A$ 의 정수 부분을 n 이라고 하면 $\log A = \alpha + n$

$$\log \frac{1}{A} = \log A^{-1} = -\log A$$

$$= -(n + \alpha) = -n - \alpha$$

$$= (-n - 1) + (1 - \alpha)$$

따라서 $\log \frac{1}{A}$ 의 소수 부분은 $1 - \alpha$ 이므로 $\beta = 1 - \alpha$

$$\therefore \alpha + \beta = \alpha + (1 - \alpha) = 1$$

25. 어느 비행센터에서는 대기압을 $x(\text{mmHg})$, 외부온도를 $t(^{\circ}\text{C})$ 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 $h(\text{m})$ 는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$$h = (30t + 8000) \log \frac{760}{x}$$

대기압을 15.2mmHg, 외부온도를 -30°C 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 $a\text{m}$ 이다. 이때, a 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

- ① 11070 ② 12070 ③ 13070
④ 14070 ⑤ 15070

해설

$$h = a, t = -30, x = 15.2 \text{ } ^{\circ}\text{C} \text{므로}$$

$$a = \{30 \times (-30) + 8000\} \log \frac{760}{15.2}$$

$$\begin{aligned} &= 7100 \log 50 = 7100(\log 100 - \log 2) \\ &= 7100 \times 1.7 = 12070(\text{m}) \end{aligned}$$

26. 함수 $f(x) = (x^2 + 2ax + 3)^2 + (x^2 + 2ax + 3) - 6$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이 성립하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a \leq 1$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-1 < a < 0$
④ $0 \leq a < 1$ ⑤ $0 < a \leq 1$

해설

$x^2 + 2ax + 3 = t$ 로 놓으면

$$t^2 + t - 6 \geq 0, (t+3)(t-2) \geq 0$$

$\therefore t \leq -3$ 또는 $t \geq 2$

(i) $t \leq -3$, 즉 $g(x) \leq -3$ 일 때

$$x^2 + 2ax + 3 \leq -3 \text{ 에서 } x^2 + 2ax + 6 \leq 0$$

$y = x^2 + 2ax + 6$ 의 그래프는

아래로 볼록한 포물선이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하지 않는다.

(ii) $t \geq 2$, 즉 $g(x) \geq 2$ 일 때

$$x^2 + 2ax + 3 \geq 2 \text{ 에서 } x^2 + 2ax + 1 \geq 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 + 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 1 \leq 0 \quad \therefore -1 \leq a \leq 1$$

(i), (ii)에서 $-1 \leq a \leq 1$

27. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 10\text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

㉠ $X \subset A$

㉡ $2 \in X$

㉢ $n(X) \leq 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

집합 X 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3개 이하인 A 의 부분집합이므로

$\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11 개이다.

28. 두 집합 $A = \{2, 3, a, 7, b, 13, c\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } d \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 다음 중 $a + b + c + d$ 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

① 48

② 49

③ 50

④ 51

⑤ 52

해설

집합 A 의 원소의 개수가 7개이므로

집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

i) $d = 17$, ii) $d = 18$ 인 두 가지 경우가 있으므로

$5 + 11 + 17 + 17 = 50$, $5 + 11 + 17 + 18 = 51$ 이다.

29. 두 자리 자연수 중 k 의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$$

$$10 \leq 6n < 100 \text{에서 } 2 \leq n \leq 16 \therefore n(A_6) = 15$$

$$10 \leq 4n < 100 \text{에서 } 3 \leq n < 25 \therefore n(A_4) = 22$$

$$10 \leq 12n < 100 \text{에서 } 1 \leq n \leq 8 \therefore n(A_{12}) = 8$$

$$\text{그러므로 } n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$$

30. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \text{ 이므로} \\ n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)) &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

31. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$
 로 정의될 때, $f(x) + f(2 - x)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} 2 - x & (x \text{는 유리수}) \\ x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{에서}$$

(i) x 가 유리수일 때, $2 - x$ 도 유리수이므로

$$f(x) + f(2 - x) = (2 - x) + \{2 - (2 - x)\} = 2$$

(ii) x 가 무리수일 때, $2 - x$ 도 무리수이므로

$$f(x) + f(2 - x) = x + (2 - x) = 2$$

(i), (ii)에서 $f(x) + f(2 - x) = 2$

32. $a : b = c : d$ 일 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $abcd \neq 0$, $b + 2d \neq 0$, $a - 2b \neq 0$, $c - 3d \neq 0$ 이다.)

보기

$$\textcircled{\text{A}} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\textcircled{\text{B}} \quad \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d}$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad \frac{a+2b}{a-2b} = \frac{c+3d}{c-3d}$$

① $\textcircled{\text{A}}$

② $\textcircled{\text{B}}$

③ $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$

④ $\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{C}}$

⑤ $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{C}}$

해설

$$\textcircled{\text{A}} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \dots \text{참}$$

$$\textcircled{\text{B}} \quad \frac{a}{b} = \frac{a+2c}{b+2d} \Rightarrow a(b+2d) = b(a+2c)$$

$$2ad = 2bc, ad = bc \dots \text{참}$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad (a+2b)(c-3d) = (c+3d)(a-2b)$$

$$4bc = 6ad \dots \text{거짓}$$

33. $m > 0$ 이고 이차방정식 $mx^2 + (3m - 5)x - 24 = 0$ 의 두 근의 절대값의 비가 3 : 2 일 때, 정수가 아닌 m 의 값은?

① $\frac{25}{9}$

② $\frac{26}{9}$

③ $\frac{28}{9}$

④ $\frac{29}{9}$

⑤ $\frac{31}{9}$

해설

$m > 0$ 에서 두 근의 곱이 $-\frac{24}{m} < 0$ 이므로

서로 다른 부호의 두 실근을 갖는다.

따라서, 방정식의 두 근을 3α , -2α 라 놓을 수 있다.

근과 계수와의 관계로부터

$$\begin{cases} 3\alpha + (-2\alpha) = -\frac{3m - 5}{m} \\ 3\alpha(-2\alpha) = -\frac{24}{m} \end{cases}$$

$$\therefore \left(-\frac{3m - 5}{m} \right)^2 = \frac{4}{m} \quad \therefore (3m - 5)^2 = 4m$$

정리하여 인수분해하면 $(9m - 25)(m - 1) = 0$

$$\therefore m = \frac{25}{9}, 1$$

따라서 정수가 아닌 m 의 값은 $\frac{25}{9}$ 이다.

34. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이고 집합 B 의 개수가 24개 일 때 집합 A 의 원소의 개수를 x 라 할 때 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
(집합 B 의 갯수)

$$= (U\text{의 부분집합의 갯수}) -$$

(A 의 원소를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 갯수)

$$= 2^5 - 2^{5-x}$$

$$= 32 - 2^{5-x} = 24$$

$$\therefore 2^{5-x} = 8 = 2^3$$

따라서 집합 A 의 원소는 2개이다.

35. 임의의 양수 x, y 에 대하여 부등식 $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{k(x+y)}$ 를 만족시키는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k \geq 1$

② $k \geq 2$

③ $k \leq -1$

④ $k \leq -2$

⑤ $k \leq \frac{2}{3}$

해설

준식의 양변을 제곱하여 정리하면

$$k \geq \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x+y}$$

$$\therefore k \geq 1 + \frac{2\sqrt{xy}}{x+y} \dots ①$$

그런데 $x+y \geq 2\sqrt{xy}$ 에서 $1 \geq \frac{2\sqrt{xy}}{x+y}$ 이므로

$$\therefore 2 \geq 1 + \frac{2\sqrt{xy}}{x+y} \dots ②$$

$$\therefore ①, ②에서 k \geq 2$$