

1. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$

① $\{2, 3, 5\}$

② $\{2, 3, 5, 7\}$

③ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$

④ $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

⑤ $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

해설

$\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

2. 두 집합 $A = \{2, 3, a\}$, $B = \{2, a-1, 2a-4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$a \neq a-1 \text{ 이므로 } a = 2a-4$$

$$\therefore a = 4$$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 3, 5\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

4. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{1, 3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{1, 3, 4, 5\}$

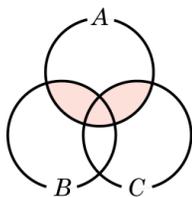
④ $\{3, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$A - B = \{2, 7\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{2, 7\})^c = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이다.

5. 그림에서 색칠된 영역을 나타내는 집합으로 옳은 것은?



- ① $(A \cap B) \cap (A \cap C)$
- ② $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
- ③ $A \cap (B \cup C)$
- ④ $A - (B \cap C)$
- ⑤ $A \cap B \cap C$

해설

B와 C의 합집합과 A의 교집합을 하면 주어진 벤 다이어그램을 얻을 수 있다.

6. 40 명의 학생 중에 장미를 좋아하는 학생이 17 명, 채송화를 좋아하는 학생이 26 명이고, 둘 다 좋아하는 학생이 5 명이다. 장미만 좋아하는 학생 수는?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 채송화를 좋아하는 학생을 B 라 하면

$n(A) = 17, n(B) = 26, n(A \cap B) = 5$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 17 - 5 = 12$ (명) 이다.

따라서 장미만 좋아하는 학생은 12 명이다.

7. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

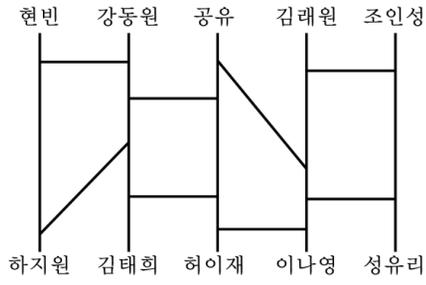
8. 두 명제 '겨울이 오면 춥다.' '눈이 오지 않으면 춥지 않다.'가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?

- ① 추우면 눈이 온다.
- ② 눈이 오면 겨울이 온다.
- ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 '눈이 오면 겨울이 온다'는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

9. 남녀 혼성 장기자랑에 참여한 H 남고 남학생 5명과 S 여고 여학생 5명이 파트너를 정하려고 한다. 남녀 한 명도 빠짐없이 팀을 이루기 위한 방법으로 사다리타기로 파트너를 정하기로 하였다. 현빈과 김태희가, 강동원과 이나영이, 공유와 성유리가, 김래원과 허이재가 짝을 이루었다면 남은 조인성의 파트너는 누구인가?



- ① 하지원 ② 성유리 ③ 이나영
 ④ 허이재 ⑤ 김태희

해설

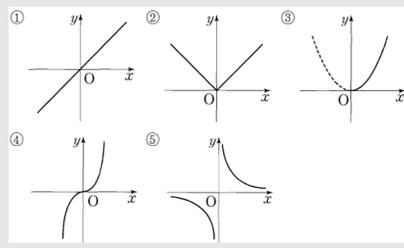
일대일 대응이므로 조인성-하지원이 파트너가 된다.

10. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

- ① $y = x$ ② $y = |x|$ ③ $y = x^2 (x \geq 0)$
④ $y = x^3$ ⑤ $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

해설

역함수가 존재할 필요충분조건은
함수가 일대일대응인 것이다.
따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는
②이다.



11. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$)의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$y = x^2 - 2x$ 에서 $x^2 - 2x + 1 = y + 1$
 $(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1}$ ($\because x \geq 1$)
 $\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$
 x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \sqrt{x+1} + 1$
이 때, 원래의 함수
 $y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$ ($x \geq 1$)의 치역
{ $y \geq -1$ }이
역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로
구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

12. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서
 $f(g^{-1}(a)) = 1$ $f(1) = 1$ 이므로
 $\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서 $a = g(1) = 4$

13. 함수 $f(x) = ||x-1|-a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(2) = 4 \text{ 이므로}$$

$$f(2) = ||2-1|-a| = 4 \rightarrow |1-a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

14. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

15. $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ 일 때,

$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

18. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x-2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$|x-2| < a$ 에서 $-a < x-2 < a \therefore 2-a < x < 2+a \therefore$

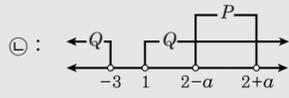
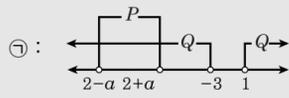
$P = \{x | 2-a < x < 2+a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2+a \leq -3 \dots \textcircled{1}$ 또는 $2-a \geq 1 \dots$

$\textcircled{2}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$

$\therefore \alpha + \beta = 1$

19. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{8}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$(2a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{8}{b}\right) = 10 + \frac{b}{a} + \frac{16a}{b}$$

산술기하조건을 사용하면

$$\frac{b}{a} + \frac{16a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{16a}{b}} = 8$$

∴ 최솟값은 $10 + 8 = 18$

20. 함수 $f(x)$ 의 역함수는 $f^{-1}(x) = 3x - 3$ 이고, 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(2x - 1)$ 로 정의할 때, $g(2)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$g(2) = f(2 \cdot 2 - 1) = f(3) \text{ 이다.}$$

$$f^{-1}(x) = 3x - 3 = 3 \text{ 에서 } x = 2$$

$$\therefore f(3) = 2$$

$$\text{따라서 } g(2) = 2$$

21. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 5$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= 1 - \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= 1+x-1=x \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

22. $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 일 때, $\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, x, y 는 0이 아니다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$4x^2 - 4xy + y^2 = 0, (2x - y)^2 = 0 \text{에서 } 2x - y = 0$$

$$\therefore y = 2x$$

$$\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$$

$$= \frac{8x^2 - x \cdot 2x + 3 \cdot 4x^2}{x^2 + 8x^2}$$

$$= \frac{18x^2}{9x^2} = 2$$

23. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 비율은 6 : 5, 합격생의 남녀 비율은 7 : 6, 불합격생의 남녀 비율은 3 : 2이다. 남자의 합격률을 p , 여자의 합격률을 q 라고 할 때, pq 의 값은?

- ① $\frac{39}{80}$ ② $\frac{42}{80}$ ③ $\frac{45}{80}$ ④ $\frac{53}{80}$ ⑤ $\frac{63}{80}$

해설

수험생의 남녀의 수를 $6a, 5a$, 합격생의 남녀의 수를 $7b, 6b$
불합격생의 남녀의 수를 $3c, 2c$ 로 놓으면

$$6a = 7b + 3c \cdots ①$$

$$5a = 6b + 2c \cdots ②$$

① $\times 2 -$ ② $\times 3$ 을 정리하면

$$-3a = -4b$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore p = \frac{7b}{6a} = \frac{7}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{8}, q = \frac{6b}{5a} = \frac{6}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{10}$$

$$\therefore pq = \frac{7}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{63}{80}$$

24. 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{(-b)^2} = -b$

② $(-\sqrt{-a})^2 = -a$

③ $\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

④ $(\sqrt{a})^2 = -a$

⑤ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이면 $a < 0, b < 0$

④의 경우 $(\sqrt{a})^2 = |a|(i)^2 = -|a| = a$ 이므로 옳지 않다.

25. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라 할 때, $(x+2y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2.\times\times\dots$$

$$\therefore x = 2, y = (\sqrt{3} + 1) - 2 = \sqrt{3} - 1$$

$$(x + 2y)^2 = (2 + 2(\sqrt{3} - 1))^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$