1. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$의 평균이 70일 때, x의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

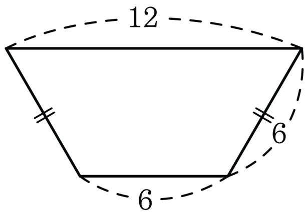
해설

평균이 70이므로 $\dfrac{75+70+65+60+x}{5}=70$

$270+x=350$

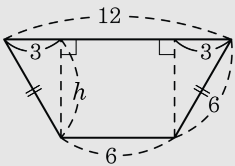
$\therefore x=80$

2. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설



등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\text{넓이}) = (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$$

3. 세 변의 길이가 $2\sqrt{13}$, $5\sqrt{6}$, $7\sqrt{2}$ 인 삼각형의 넓이는?

① $35\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{26}$ ③ $10\sqrt{78}$
④ $7\sqrt{26}$ ⑤ $5\sqrt{78}$

해설

$(5\sqrt{6})^2 = (2\sqrt{13})^2 + (7\sqrt{2})^2$ 이므로 가장 긴 변은 $5\sqrt{6}$ 인 직각삼각형이다.

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} \times 7\sqrt{2} = 7\sqrt{26}$ 이다.

4. 넓이가 160 인 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

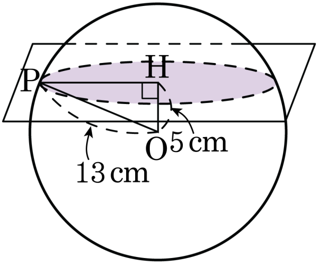
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

넓이가 160 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(4\sqrt{10})^2 + (4\sqrt{10})^2 = x^2$
$x^2 = 320$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8\sqrt{5}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구를 중심 O 에서 5 cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 지름은?



① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm ④ 26 cm ⑤ 30 cm

해설

$\overline{\mathrm{PH}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\mathrm{cm})$

반지름이 12 cm 이므로 지름은 24 cm 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.

㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

7. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① ㉠ > ㉡ = ㉢ ② ㉡ < ㉠ = ㉢ ③ ㉠ < ㉡ = ㉢
④ ㉡ > ㉠ = ㉢ ⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

8. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$
$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$
$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

9. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

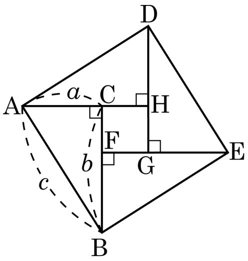
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

10. 다음 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형을 맞추어 정사각형 ABED를 만들면 □CFGH의 넓이는 □ABED의 넓이의 $\frac{1}{13}$ 배가 된다. $b = 6\,\text{cm}$일 때, $\overline{\text{CH}}$의 길이는?



① 2 cm　② 3 cm　③ 4 cm

④ 5 cm　⑤ 6 cm

해설

$\overline{\text{CH}}$의 길이를 x라고 하면, $a = 6 - x$이다.

$c^2 = a^2 + b^2 = (6-x)^2 + 6^2 = x^2 - 12x + 72$

$c = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$

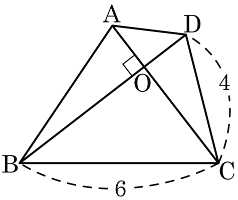
$\square\text{ABED} = x^2 - 12x + 72$, $\square\text{CFGH} = x^2$

$13x^2 = x^2 - 12x + 72$, $12x^2 + 12x - 72 = 0$, $(3x+9)(4x-8) = 0$,

$x = 2$

$\therefore\ \overline{\text{CH}} = 2\,\text{cm}$

11. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$의 값을 구하여라.



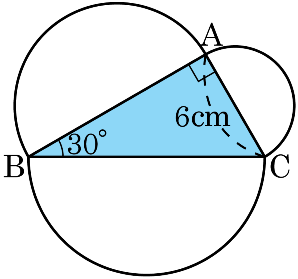
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$$
$$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

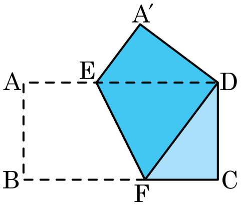
$\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = (\triangle ABC\text{의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$$

$$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

13. 다음 그림은 직사각형 ABCD를 점 B가 점 D에 오도록 접은 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 고르면?



보기

㉠ $\triangle A'DE \equiv \triangle CDF$

㉡ $\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF} = \overline{BE}$

㉢ $\triangle BEF \equiv \triangle DFE$

㉣ $\overline{AE} = \overline{BC} - \overline{DF}$

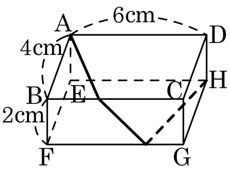
① ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 옳다.

14. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 A 에서 모서리 BC, FG 를 지나 꼭짓점 H 까지 가는 최단거리를 구하여라.

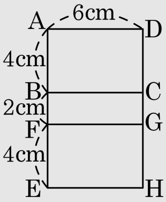


▶ 답: cm

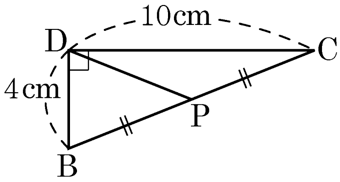
▷ 정답: $2\sqrt{34}$ cm

해설

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$ cm



15. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?

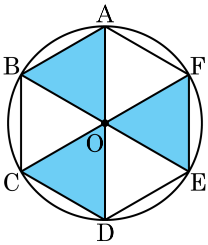


① $\sqrt{29}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{30}\,\text{cm}$ ③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\,\text{cm}$
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $12\,\mathrm{cm}^2$　④ $27\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

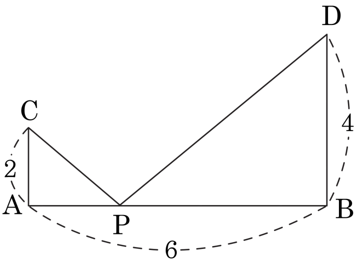
$\triangle AOB$ 는 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 움직이고 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 일 때, $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최솟값을 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)

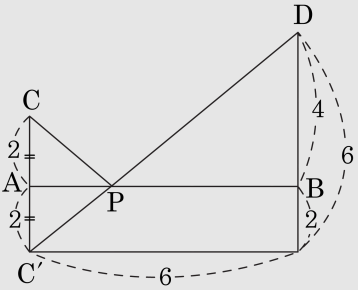


▶ 답 :

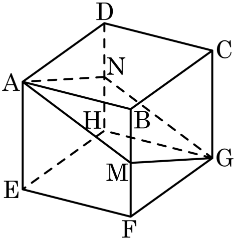
▷ 정답 : $a+b=8$

해설

점 C 를 $\overline{AB}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 C′ 이라고 하면 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최솟값은 $\overline{C'D}$ 의 거리이다.
$\overline{C'D}=6\sqrt{2}$ 이므로 $a+b=8$ 이다.



18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $100\,\mathrm{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

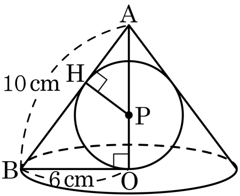
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 45cm ③ 15cm

④ $15\sqrt{3}$cm ⑤ $\frac{45}{16}$cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

내접한 구의 반지름의 길이를 x라 두면

$\overline{OP} = x = \overline{HP}$, $\overline{AP} = 8 - x$ 이다.

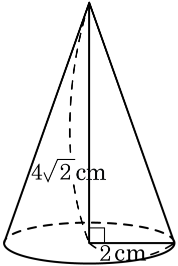
$\triangle AHP \backsim \triangle AOB$ 이므로 ($\because \angle HAP$를 공유)

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$

$8 - x : 10 = x : 6$

$x = 3\,(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 120 °

해설

원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \ (\mathrm{cm})$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 120^\circ$$

21. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이고, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2=1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이므로 평균은

$$\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}}{50}=\frac{200}{50}=4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1-4,\ a_2-4,\ a_3-4,\ \cdots,\ a_{48}-4,\ a_{49}-4,\ a_{50}-4$ 이다.

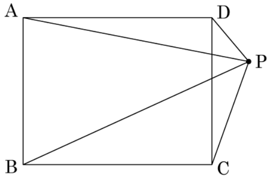
따라서 분산은

$$\frac{1}{50}\{(a_1-4)^2+(a_2-4)^2+(a_3-4)^2+\cdots+(a_{48}-4)^2+(a_{49}-4)^2+(a_{50}-4)^2\}$$

$$=\frac{1}{50}\{(a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2)-8(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50})+4^2\times 50\}$$

$$=\frac{1400-8\times 200+16\times 50}{50}=12$$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA}=9$, $\overline{PB}=10$, $\overline{PD}=2$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

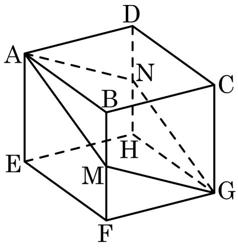
$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$ 이므로

$9^2+\overline{PC^2}=10^2+2^2$

$\overline{PC^2}=104-81=23$

$\overline{PC}=\sqrt{23}\ (\because \overline{PC}>0)$

23. 다음 그림과 같이 한 모서리가 6 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이는?



▶ 답 :

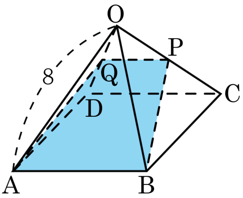
▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

해설

1) $\overline{\mathrm{MN}} = 6\sqrt{2}$
2) $\overline{\mathrm{AG}} = 6\sqrt{3}$

$\therefore\ \square\mathrm{AMGN} = \dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{6}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 8 인 정사각뿔에서 P, Q 는 각각 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 의 중점일 때, □QABP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{11}$

해설

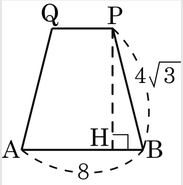
□QABP 는 $\overline{QP} // \overline{AB}$ 인 사다리꼴

$\overline{QP} = \dfrac{\overline{AB}}{2} = 4$

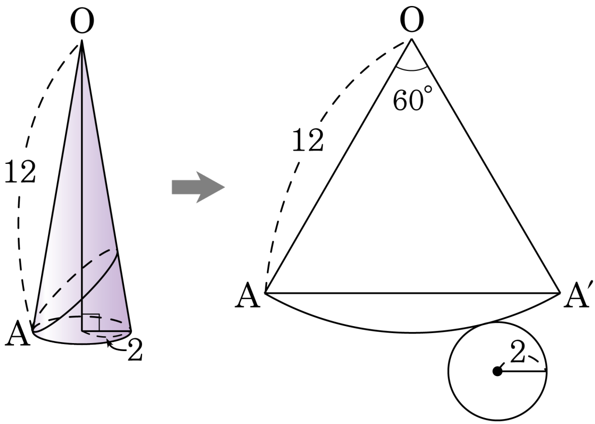
△PHB 에서 $\overline{PB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{HB} = 2$

$\therefore\ \overline{PH} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$

□QABP $= (4+8) \times 2\sqrt{11} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{11}$



25. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



정삼각형 ABC 에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 60

해설

$\overline{AO} = \overline{OA'} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 $60°$ 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{OA'} = \overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.