1. 집합 $A = \{1,\ 2,\ \{1,2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

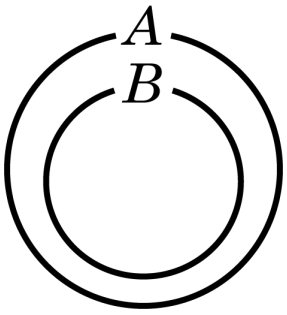
① $1 \in A$ ② $\{1,2\} \in A$ ③ $\{1\} \subset A$

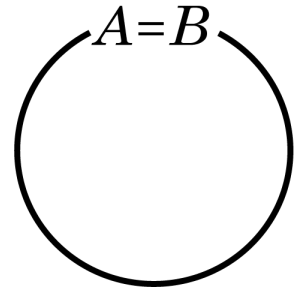
④ $\{1,2\} \subset A$ ⑤ $\{2\} \in A$

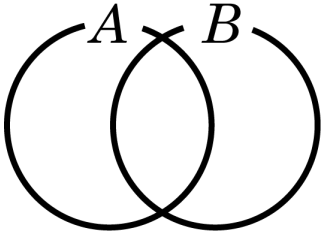
해설

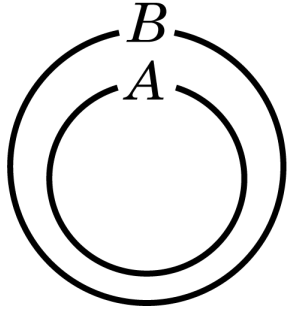
① 1 은 집합 A 의 원소이므로 (참)
② $\{1,2\}$ 는 집합 A 의 원소이므로 (참)
③ 1 이 집합 A 의 원소이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분 집합이다.(참)
④ 1, 2 가 집합 A 의 원소이므로 $\{1,2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.(참)
⑤ $\{2\}$ 는 A 의 원소가 아니므로 $\{2\} \notin A$ 이고 $\{2\} \subset A$ 이다.(거짓)

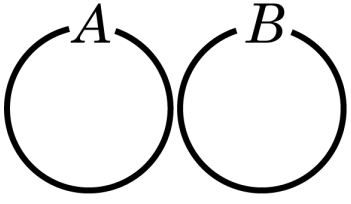
2. 다음 벤 다이어그램 중 $A \subset B$ 인 것은? (단, $A \neq B$)

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

① $B \subset A$

② $A = B$

④ $A \subset B$

3. 세 집합 사이에 $\{1,\ 2,\ 3\} \subset A \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

① $\{1,\ 2\}$ ② $\{1,\ 2,\ 3\}$ ③ $\{1,\ 2,\ 4\}$

④ $\{2,\ 3,\ 4\}$ ⑤ $\{1,\ 3,\ 4\}$

해설

① $\{1,\ 2,\ 3\} \not\subset \{1,\ 2\}$

③ $\{1,\ 2,\ 3\} \not\subset \{1,\ 2,\ 4\}$

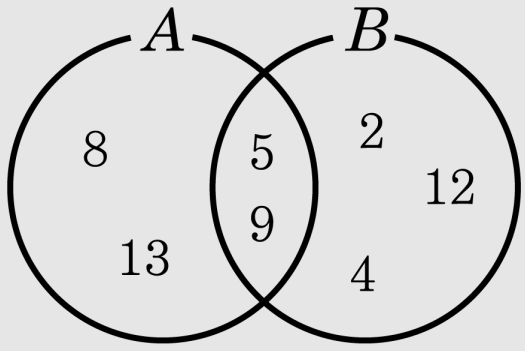
④ $\{1,\ 2,\ 3\} \not\subset \{2,\ 3,\ 4\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3\} \not\subset \{1,\ 3,\ 4\}$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 9

해설



$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.

$5 \in B$, $9 \in B$

$A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,

집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.

따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.

$2 \in B$, $4 \in B$, $12 \in B$

5. 다음 두 집합 C, D 의 합집합의 원소의 개수를 구하여라.

$C = \{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$

$D = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$C = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$C \cup D = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 12\}$

$\therefore\ n(C \cup D) = 9$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A)=20$, $n(B)=15$, $n(A\cup B)=25$ 일 때, $n(A-B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

차집합을 구하려면 $n(A\cap B)$ 를 먼저 구해야 한다.

$$\begin{aligned} n(A\cap B) &= n(A)+n(B)-n(A\cup B) \\ &= 20+15-25 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ n(A-B) &= n(A)-n(A\cap B) \\ &= 20-10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

7. 다음 중 옳지 <u>않게</u> 연결된 것은?

① $\{x \mid x$는 5보다 작은 자연수$\} = \{1, 3, 5\}$

② $\{x \mid x$는 10이하의 홀수$\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

③ $\{x \mid x$는 12의 약수$\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

④ $\{x \mid x$는 20미만의 4의 배수$\} = \{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{x \mid x = 2 \times n + 1,\ 1 \le n \le 3,\ n$은 자연수$\} = \{3, 5, 7\}$

해설

① $\{x \mid x$는 5보다 작은 자연수$\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

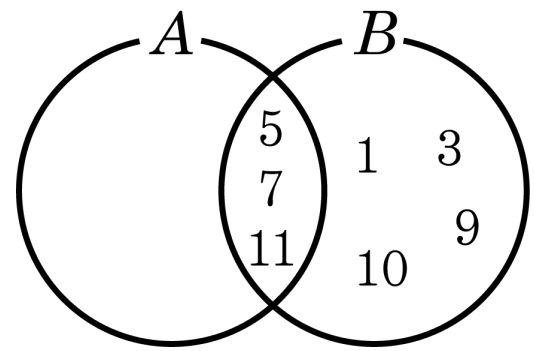
8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$B \subset X$ 이므로 X 는 1, 2 를 반드시 포함하여 $2^{6-2} = 2^4 = 16$(개) 가 된다.

9. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11\}$, $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 일 때, 다음 중 집합 A가 될 수 있는 것은?



① $\{2, 3, 5, 7, 9, 11\}$

② $\{5, 6, 7, 9, 10, 11\}$

③ $\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 11\}$

④ $\{2, 4, 5, 7, 11, 12\}$

⑤ $\{1, 4, 5, 9, 10\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{5, 7, 11\}$ 을 포함하여야 하며 B 집합에만 존재하는 원소 $1, 3, 9, 10$ 은 들어갈 수 없다.

① $3, 9$ 이 포함되어서 옳지 않다.

② $9, 10$ 이 포함되어서 옳지 않다.

③ 3 이 포함되어서 옳지 않다.

⑤ $1, 9, 10$ 이 포함되어서 옳지 않다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $B \subset A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$　② $B - A = \varnothing$　③ $A^C \subset B^C$

④ $A \cup B = A$　⑤ $A \cap B^C = \varnothing$

해설

⑤ $A \cap B^C = A - B \neq \varnothing$ 이다.

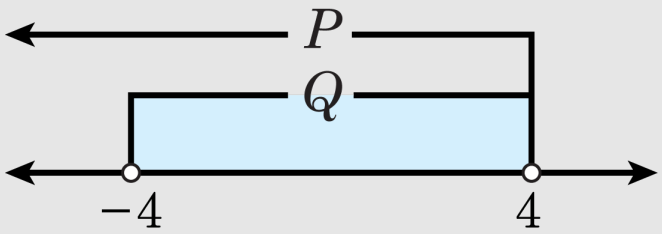
11. $x < 4$는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4,\ q\ :\ -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

12. 실수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $x-y+4z=3\sqrt{2}$일 때 $x^2+y^2+z^2$의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x,\ y,\ z$가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$\{1+(-1)^2+4^2\}(x^2+y^2+z^2)$
$\geq (x-y+4z)^2$
$18(x^2+y^2+z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
$x^2+y^2+z^2 \geq 1$
따라서 $x^2+y^2+z^2$의 최솟값은 1이다.

13. 양의 정수 전체의 집합 X에서 Y로의 함수 f를 다음과 같이 정의한다. $f(x) = (x$의 약수의 개수$)$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$인 x가 될 수 있는 것을 고르면?

① 5 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 24

해설

5 의 약수 : $1, 5 \Rightarrow f(5) = 2$
9 의 약수 :$1, 3, 9 \Rightarrow f(9) = 3$
12 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 12 \Rightarrow f(12) = 6$
15 의 약수 : $1, 3, 5, 15 \Rightarrow f(15) = 4$
24 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 \Rightarrow f(24) = 8$
따라서 보기 중 $f(x) = 4$인 것은 15

14. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b)=f(a)+f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

① $f(x)=|x|$ ② $f(x)=-x^2$

③ $f(x)=3x$ ④ $f(x)=2x+3$

⑤ $f(x)=x^3+3x$

해설

① $f(a+b)=|a+b|$

$f(a)+f(b)=|a\,|+|b\,|$

이 때 $|a+b|\le|a|+|b|$

② $f\ (a+b)=-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

$f(a)+f(b)=-a^2-b^2$

③ $f(a+b)=3(a+b)=3a+3b=f(a)+f(b)$

④ $f(a+b)=2(a+b)+3$

$f(a)+f(b)=2a+3+2b+3=2(a+b)+6$

⑤ $f(a+b)=(a+b)^3+3(a+b)$

$=(a+b)(a^2+2ab+b^2+3)$

$f(a)+f(b)=a^3+3a+b^3+3b$

$=a^3+b^3+3(a+b)$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2+3)$

15. 실수 x, y에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$이고 f가 일대일대응일 때, $f(0)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x에 대하여 $y = 0$을
$f(xy) = f(x)f(y)$에 대입하자.
$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$이면
$f(0) = 1$, $f(1) = 1$, $f(2) = 1$,$\cdots$ 이다.
위는 $f(x)$가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
$f(x) = 1$은 부적당
$\therefore f(0) = 0$

16. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$가 있다. X 에서 Y로의 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 64개

해설

$a \to$ ☐ , $b \to$ ☐ , $c \to$ ☐

Y의 원소 p, q, r, s에서 세 개를 뽑아 위 ☐ 안에 늘어 놓는 방법의 수를 구하는 것이다.
이 때 세 개의 수는 모두 같거나,
두 개만 같거나 모두 달라도 좋다.
따라서 a에는 p, q, r, s의 4가지,
b에는 a에 온 수가 와도 좋으므로 역시 4가지,
마찬가지로 c에는 a, b에 온 수가
와도 좋으므로 4가지씩이 있다.
$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$(개)

17. 두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x+2$에 대하여 $(f \circ g)(x)$를 구하면?

① $(f \circ g)(x)=(x+2)^2$ ② $(f \circ g)(x)=x^2+2$

③ $(f \circ g)(x)=(x-2)^2$ ④ $(f \circ g)(x)=x^2-2$

⑤ $(f \circ g)(x)=-x^2+2$

해설

두 함수 $f(x)=x^2$, $g(x)=x+2$에 대하여

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2$

18. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

19. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$
연립하면 $a = -1,\ b = 3$
$\therefore\ f(3) = 3a + b = 0$

20. 학생 수가 40 명인 학급에서 지난 일요일에 시청한 텔레비전 프로그램을 조사하였다. 영화를 시청한 학생이 14 명, 시트콤을 시청한 학생이 17 명, 영화, 시트콤 어느 것도 시청하지 않은 학생이 12 명이었다고 한다. 시트콤만 시청한 학생은 몇 명인가?

① 3 명 ② 7 명 ③ 8 명 ④ 14 명 ⑤ 17 명

해설

학생 전체의 집합을 U, 영화, 시트콤을 시청한 학생들의 집합을 각각 A, B 라 하면

$n(U) = 40, n(A) = 14, n(B) = 17$

그런데 $n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 12$ 이므로

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 40 - 12 = 28$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$= 14 + 17 - 28 = 3$

따라서 , 시트콤만 시청한 학생의 수는

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$

$= 17 - 3 = 14$

21. 다음 조건을 p라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 p가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$ ② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ ④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)
$x \geqq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.
② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)
$x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)
④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$ 인 x에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

22. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $P \cap Q = P$　② $P \cup Q = Q$　③ $P - Q = \varnothing$

④ $P \subset Q$　⑤ $Q - P = Q$

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이면 $P \subset Q$ 이므로 $P \cap Q = P$, $P \cup Q = Q$, $P - Q = \varnothing$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

23. 두 명제 $p \to q$ 와 $\sim r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \to r$ ② $\sim p \to \sim r$ ③ $\sim r \to \sim p$

④ $p \to r$ ⑤ $\sim q \to \sim p$

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

$p \to q\,(T) \Rightarrow \sim q \to \sim p\,(T)$

$\sim r \to \sim q\,(T) \Rightarrow q \to r\,(T)$

$p \to q \to r$ 이므로, $p \to r\,(T)$

$\therefore \sim r \to \sim p\,(T)$

24. a, b가 실수일 때, p가 q이기 위한 필요충분조건이 아닌 것은?

① $p: a^2+b^2=0,\ q: |a|+|b|=0$

② $p: a=0,\ q: |a+b|=|a-b|$

③ $p: |a|=|b|,\ q: a^2=b^2$

④ $p: a+b>0,\ ab>0,\ q: a>0,\ b>0$

⑤ $p: |a|+|b|>|a+b|,\ q: ab<0$

해설

$q: |a+b|=|a-b| \rightarrow a=0$ 또는 $b=0$

25. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
(나) q 는 r 이기 위한 필요조건이다.
(다) r 는 p 이기 위한 필요조건이다.
(라) s 는 p 이기 위한 충분조건이다.
이때, p 는 r 이기 위한 (㉠) 조건이고, r 는 s 이기 위한 (㉡) 조건이다.

㉠, ㉡에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

① 필요, 충분
② 충분, 필요
③ 필요충분, 충분
④ 필요, 필요충분
⑤ 필요충분, 필요

해설

(가) $p \Leftrightarrow q$, (나) $r \Rightarrow q$
(다) $p \Rightarrow r$, (라) $s \Rightarrow p$
따라서, $p \Leftrightarrow r$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요충분조건이고, $s \Rightarrow r$ 이지만 $r \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없으므로 r 는 s 이기 위한 필요조건이다.