

1. $y = x - [x] (0 \leq x \leq 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면?
([x]는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

① 2

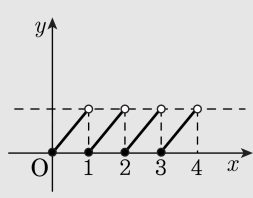
② $2\sqrt{2}$

③ 4

④ $4\sqrt{2}$

⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \leq x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \leq x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \leq x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \leq x < 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

2. 함수 $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

- ㉠ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$
- ㉡ 치역은 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이다.
- ㉢ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1)f(x_2)$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

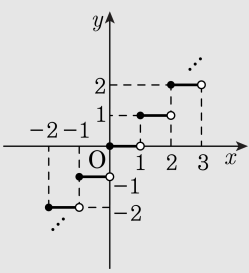
해설

- ㉠ $\left[\frac{1}{2}\right] = 0$ 이므로 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$
- ㉡ $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3 = ([x] - 1)^2 - 4$ 이므로 $f(x) \geq -4$ 따라서 치역은 $\{f(x) \mid f(x) \geq -4, f(x) \text{는 정수}\}$ 이다.
- ㉢ [반례] $x_1 = -1, x_2 = 3$ 일 때
 $f(x_1) = f(-1) = [-1]^2 - 2[-1] - 3 = 0$
 $f(x_2) = f(3) = [3]^2 - 2[3] - 3 = 0$ 이므로
 $x_1 < x_2$ 이지만 $f(x_1) = f(x_2)$ 이다.
이상에서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)
- ① $y = [x]$ 의 그래프는 함수의 그래프이다.
 - ② $y = [x]$ 의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
 - ③ $x = 2.1$ 이면 $[x] = 2$ 이다.
 - ④ $x = -1.8$ 이면 $[x] = -2$ 이다.
 - ⑤ $y = [x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

해설

$y = [x]$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$y = [x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

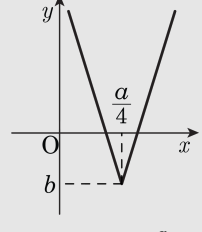
4. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4\left(x - \frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

5. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

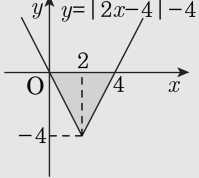
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

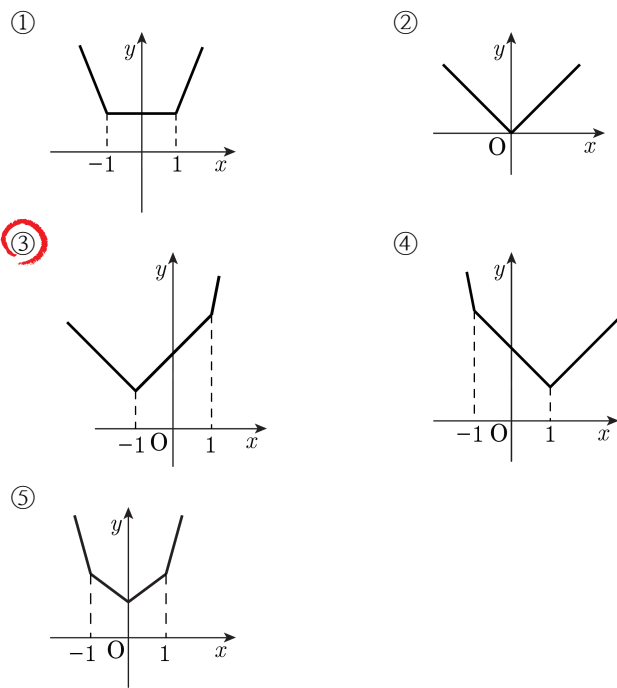
따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



6. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?



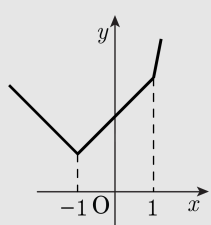
해설

i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x - (x + 1)$
 $= -x$

ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x + (x + 1)$
 $= x + 2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= (x - 1) + x + (x + 1)$
 $= 3x$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는

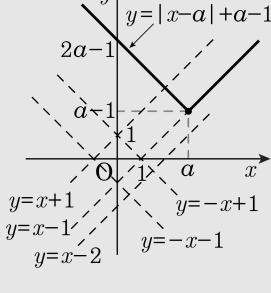


7. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?
- ① $y = x + 1$ ② $y = x - 1$ ③ $y = x - 2$
- ④ $y = -x - 1$ ⑤ $y = -x + 1$

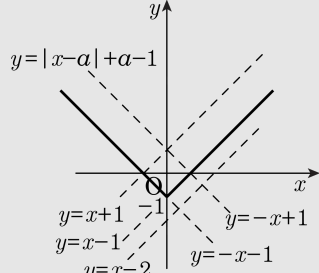
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

i) $a > 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음
그림과 같다.
따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y =$
 $x + 1$,
 $y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때
 $y = -x + 1$ 도 만난다.

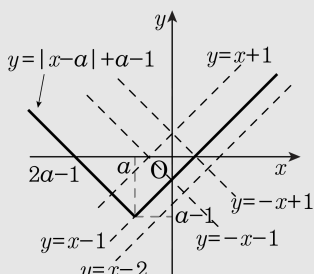


ii) $a = 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과
만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는

그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii) 에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의
그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

8. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는
 $y = |2x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한
것이므로
다음 그림과 같다.
따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이
는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

