

1. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉦

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 중에서 집합 $A = \{1, 3, 5, 15\}$ 의 부분 집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 3\}$

③ $\{5\}$

④ $\{1, 5, 15\}$

⑤ $\{1, 2, 10\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{15\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 15\}, \{3, 5\}, \{3, 15\}, \{5, 15\},$
 $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 15\}, \{3, 5, 15\}, \{1, 5, 15\}, \{1, 3, 5, 15\}$ 이다.

따라서 $2 \notin A, 10 \notin A$ 이므로 $\{1, 2, 10\}$ 은 집합 A 의 부분집합이 아니다.

3. 다음은 집합 {2, 3, 4}의 부분집합을 구하는 과정이다.
 원소 2, 3, 4 중에서 원소를 골라 부분집합을 만들 때, 각 원소는 부분집합에 속하거나, 속하지 않는 2가지 경우가 생기므로 다음 그림과 같이 구할 수 있다.

원소	2	3	4		부분집합
속함 : ○ 속하지않음 : ×	○	○	○	...	{2, 3, 4}
			×	...	{2, 3}
		×	○	...	{2, 4}
			×	...	{2}
	×	○	○	...	{3, 4}
			×	...	{3}
		×	○	...	{4}
			×	...	∅

이와 같은 방법으로 집합 {2, 3, 4, 5}의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 {2, 3, 4, 5}의 부분집합을 모두 구해보면 다음과 같다.

원소	2	3	4	5		부분집합
속함 : ○ 속하지않음 : ×	○	○	○	○	...	{2, 3, 4, 5}
				×	...	{2, 3, 4}
			×	○	...	{2, 3, 5}
				×	...	{2, 3}
		×	○	○	...	{2, 4, 5}
				×	...	{2, 4}
			×	○	...	{2, 5}
				×	...	{2}
	×	○	○	○	...	{3, 4, 5}
				×	...	{3, 4}
			×	○	...	{3, 5}
				×	...	{3}
		×	○	○	...	{4, 5}
				×	...	{4}
			×	○	...	{5}
				×	...	∅

따라서 부분집합의 개수는 16 개이다.

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8 개

해설

X 는 원소 1과 9를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ (개) 이고, 이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2 와 원소 4 로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.

$$\therefore 16 - 4 = 12 \text{ (개)}$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A \cup B = B$

② $A \cap B = A$

③ $(A \cap B)^c = B^c$

④ $B^c \subset A^c$

⑤ $A - B = \emptyset$

해설

③ $(A \cap B)^c = B^c$ 은 $A \cap B = A$ 이므로 $A^c \neq B^c$ 이다. 따라서 거짓이다.

7. 유리네 반 30명 중에서 이모부가 있는 학생은 16명, 고모부가 있는 학생은 22명, 이모부와 고모부가 없는 학생은 4명이다. 이모부 또는 고모부가 있는 학생 수와 이모부와 고모부가 모두 있는 학생 수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : 명

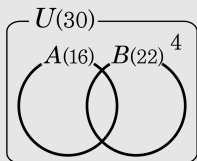
▶ 답 : 명

▷ 정답 : 26명

▷ 정답 : 12명

해설

이모부가 있는 학생의 모임을 A , 고모부가 있는 학생의 모임을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 그리면 다음과 같다.



이모부 또는 고모부가 있는 학생의 모임은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 30 - 4 \\ &= 26(\text{명}) \end{aligned}$$

이모부와 고모부가 모두 있는 학생의 모임은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 22 - 26 \\ &= 12(\text{명}) \end{aligned}$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $A \supset B$

③ $A = B$

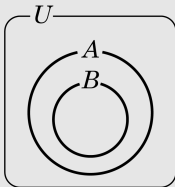
④ $A^c \subset B^c$

⑤ $B - A = \emptyset$

해설

$A \cup B = A$ 이므로 $A \supset B$ 이다.

따라서 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



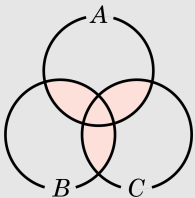
③ $A \neq B$

9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 45$, $n(B) = 36$, $n(C) = 29$, $n(A \cap B \cap C) = 7$, $n(A \cup B \cup C) = 63$ 일 때, $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 의 값은?

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 54 ⑤ 57

해설

$(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$ 는 다음 벤 다이어그램의 어두운 부분이다.



$$\begin{aligned} & n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) \\ &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C) \\ &= 45 + 36 + 29 - 63 - 7 = 40 \end{aligned}$$

10. 명제 「 $0 < x < 1$ 이면 $|x - a| < 1$ 이다.」가 참이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구할 때 정수의 개수는 ?

① 1개

② 2개

③ 0개

④ 3개

⑤ 5개

해설

$$|x - a| < 1 \text{ 에서 } -1 < x - a < 1$$

$$\therefore a - 1 < x < a + 1$$

$\{x \mid 0 < x < 1\} \subset \{x \mid a - 1 < x < a + 1\}$ 이어야 한다.

$$\therefore a - 1 \leq 0, a + 1 \geq 1 \text{ 에서 } 0 \leq a \leq 1$$

$$\therefore a = 0, 1$$

$\therefore$ 정수의 개수는 2개

11. 두 명제 ‘여름이 오면 덥다.’, ‘더우면 비가 온다.’가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것을 모두 고르면?

① 덥지 않으면 여름이 오지 않는다.

② 여름이 오면 비가 온다.

③ 비가 오면 여름이 온다.

④ 비가 오지 않으면 여름이 오진 않는다.

⑤ 더우면 여름이 온다.

해설

세 명제 ‘여름이 온다.’, ‘덥다.’, ‘비가 온다.’를 각각 p , q , r 로 놓으면 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$ 명제가 참이면 그 대우역시 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$, $\sim r \Rightarrow \sim q$, $\sim r \Rightarrow \sim p$ 그러나 어떤 명제가 참이라고 해서 역과 이가 반드시 참인 것은 아니다. 따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

12. a, b, c 가 실수일 때, p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = b = 0$

② $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수

③ $p : a = b, q : ac = bc$

④ $p : a - b = 0, q : a^2 - 1 = 0$

⑤ $p : ab > 0, q : |a + b| = |a| + |b|$

해설

① 명제 자체도 성립하고 역도 성립하므로 필요충분조건이다.

② (반례) $a = 1, b = 1$ 인 경우

③ (반례) 역일 때, $c = 0$ 인 경우

④ (반례) 명제와 역 모두 성립하지 않는다.

⑤ (반례) 역일 때 $a = 0, b = 0$ 인 경우 $ab = 0$ 이므로 성립하지 않는다.

13. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① r 은 p 이기 위한 충분조건
- ② s 는 r 이기 위한 필요충분조건
- ③ r 은 q 이기 위한 필요충분조건
- ④ s 는 p 이기 위한 필요조건
- ⑤ s 는 q 이기 위한 필요충분조건

해설

- ① $r \rightarrow p$
- ② $s \leftrightarrow r, r \leftrightarrow s$
- ③ $r \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r$
- ④ $s \rightarrow p$
- ⑤ $s \leftrightarrow q, q \leftrightarrow s$

14. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

해설

$$\left(\frac{3^{1.5}}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3 \times 1.7}{4}\right)^{20} > 1 \quad (3^{1.5} = 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1.7)$$

따라서 3^{30} 이 4^{20} 보다 크다.

$$\left(\frac{3^2}{12}\right)^{15} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15} < 1 \text{ 이 결과에서}$$

12^{15} 이 3^{30} 보다 크다는 것을 알 수 있다.

15. 임의의 양의 실수 x, y 에 대하여 $A = \frac{x+y}{2}$, $G = \sqrt{xy}$, $H = \frac{2xy}{x+y}$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $G \geq A \geq H$

② $A \geq H \geq G$

③ $A \geq G \geq H$

④ $H \geq G \geq A$

⑤ $H \geq A \geq G$

해설

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

$$\therefore A \geq G \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{xy}(x+y) \geq 2xy$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{xy} \geq \frac{2xy}{x+y}$$

$$\therefore G \geq H \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에 의하여 $A \geq G \geq H$

16. 자연수 n 에 대하여 $n(n+1)(n+2)$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어 $f(1) = 6, f(2) = 4$ 이다. 이 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$n = 1 \text{ 이면 } 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6 \quad \therefore f(1) = 6$$

$$n = 2 \text{ 이면 } 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \quad \therefore f(2) = 4$$

$$n = 3 \text{ 이면 } 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \quad \therefore f(3) = 0$$

$$n = 4 \text{ 이면 } 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \quad \therefore f(4) = 0$$

$$n = 5 \text{ 이면 } 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210 \quad \therefore f(5) = 0$$

$$n = 6 \text{ 이면 } 6 \cdot 7 \cdot 8 = \times \times 6 \quad \therefore f(6) = 6$$

$$n = 7 \text{ 이면 } 7 \cdot 8 \cdot 9 = \times \times 4 \quad \therefore f(7) = 4$$

$$n = 8 \text{ 이면 } 8 \cdot 9 \cdot 10 = \times \times 0 \quad \therefore f(8) = 0$$

⋮

따라서 6, 4, 0, 0, 0 이 반복하여 나타남을 알 수 있다.

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20) = (6 + 4 + 0 + 0 + 0) \times 4 = 40$$

17. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f : A \rightarrow A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 6 가지

④ 8 가지

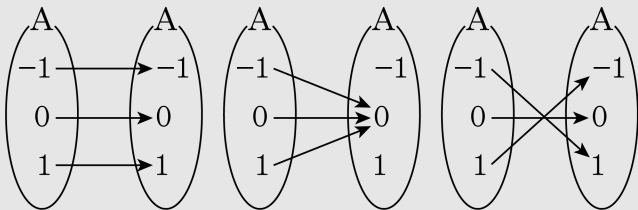
⑤ 9 가지

해설

$$f(-0) = -f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(-1) = -f(1) \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$



㉠, ㉡을 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

18. 두 함수 $f(x) = x - 1, g(x) = x^2 + 4$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f))(x) = 18$ 을 만족하는 실수 x 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f))(x) &= f(g(f(x))) = f(g(x-1)) \\&= f((x-1)^2 + 4) \\&= f(x^2 - 2x + 5) \\&= (x^2 - 2x + 5) - 1 \\&= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

$$(f \circ (g \circ f))(x) = 18$$

$$\text{이므로 } x^2 - 2x + 4 = 18, x^2 - 2x - 14 = 0$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 x 의 값의 합은 2 이다.

19. 두 함수 $f(x) = \frac{x+2}{2}$, $g(x) = 3x+1$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 을 만족하는 $k\left(\frac{x+1}{2}\right)$ 을 구하면?

① $3x-2$

② $6x-5$

③ $2x-3$

④ $x+1$

⑤ $4x+1$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x) \Rightarrow k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$$y = \frac{x+2}{2}, x = \frac{y+2}{2} \Rightarrow y = 2x-2 \cdots f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow k(x) = g(f^{-1}(x)) = 3(2x-2) + 1 = 6x-5$$

$$\therefore k\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6\left(\frac{x+1}{2}\right) - 5 = 3x-2$$

20. 두 집합 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$,
 $Y = \{y \mid 2 \leq y \leq 9\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = ax^2 + b$ 로
 정의한다. 이 때 $f^{-1}(x)$ 가 존재하도록 상수 a, b 를 정할 때, $a + b$ 의
 값은? (단, $a < 0$)

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

역함수가 존재하기 위해서는 일대일 대응이어야한다.

$a < 0$ 이므로 $f(x) = ax^2 + b$ 는 x 가 증가할 때
 $f(x)$ 는 감소하고 $f(1) = 9, f(2) = 2$ 이다.

$$\begin{cases} a + b = 9 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4a + b = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$a = -\frac{7}{3}, b = \frac{34}{3}$$

$$\therefore a + b = 9$$

21. 두 함수 $f(x) = -2x+3$, $g(x) = 3x+1$ 에 대하여 $(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(5)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(5)$$

$$= (g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f^{-1})(5)$$

$$= (g \circ g^{-1}) \circ (f^{-1} \circ f^{-1})(5)$$

$$= (f^{-1} \circ f^{-1})(5)$$

$$= f^{-1} \circ (f^{-1}(5))$$

$$f^{-1}(5) = k \text{ 로 놓으면 } f(k) = -2k + 3 = 5$$

$$\therefore k = -1$$

$$\therefore (\text{준식}) = f^{-1}(f^{-1}(5)) = f^{-1}(k) = f^{-1}(-1)$$

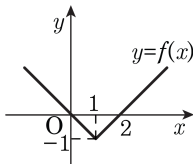
$$f^{-1}(-1) = l \text{ 로 놓으면}$$

$$f(l) = -2l + 3 = -1$$

$$\therefore l = 2$$

$$\therefore (\text{준식}) = f^{-1}(-1) = l = 2$$

22. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



- ① $f(x) = |x + 1| + 1$ ② $f(x) = |x + 1| - 1$
③ $f(x) = |x - 1| + 1$ ④ $f(x) = |x - 1| - 1$
⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

23. $\frac{x^3 - x}{x^2 - x} + \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1} - \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} \times \frac{x + 2}{x^2 - x - 6}$ 을 계산하면?

① $x^2 + x + 1$

② $\frac{x^2 + 1}{x - 1}$

③ $\frac{2x}{x^2 - 1}$

④ $x^2 - 1$

⑤ $\frac{2x - 1}{x^2 - x}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1} \\ & - \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} \times \frac{x+2}{(x-3)(x+2)} \\ & = x + 1 + x^2 + 1 - 1 = x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

24. $x = \frac{a}{b}$, $a \neq b$, $b \neq 0$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 는?

① $\frac{x}{x+1}$

② $\frac{x+1}{x-1}$

③ 1

④ $x - \frac{1}{x}$

⑤ $x + \frac{1}{x}$

해설

$$a = bx \text{ 이므로 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{bx+b}{bx-b} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{또는 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} - 1} = \frac{x+1}{x-1}$$

25. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 일 때, $3x^2 + 2x - 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면 $x - \frac{1}{x} = 2$

따라서 구하는 식은

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 3 \left\{ \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \right\} + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) - 1 \\ &= 21\end{aligned}$$

26. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

27. $\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} = \frac{2x+8y-z}{a}$ 가 성립할 때, a 의 값은?

① 2

② 7

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

가비의 리에 의하여

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} &= \frac{p(x+y) + qy + rz}{5p + 2q + 8r} \\ &= \frac{2x + 8y - z}{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}px + py + qy + rz &= px + (p + q)y + rz \\ &= 2x + 8y - z \text{에서}\end{aligned}$$

$$p = 2, q = 6, r = -1$$

$$\therefore a = 5p + 2q + 8r = 5 \times 2 + 2 \times 6 + 8 \times (-1) = 14$$

$$\therefore a = 14$$

28. $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{b} + a$ 의 값을 구하면?

① $2 + \sqrt{3}$

② $3 + \sqrt{3}$

③ $4 + \sqrt{3}$

④ $5 + \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{19 - 2\sqrt{48}} = 4 - \sqrt{3} \text{에서}$$

$$4 - \sqrt{3} = 2 + (2 - \sqrt{3}) \text{이므로}$$

$$a = 2, b = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{b} + a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + 2$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + 2$$

$$= 4 + \sqrt{3}$$

29. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 의 값으로 옳은 것은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 &= x + y + 2\sqrt{xy} \quad (x > 0, y > 0) \\ &= 4 + 2 = 6\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{6} \quad (\because \sqrt{x} + \sqrt{y} > 0)$$

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} \\&= \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} \\&= \frac{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}} \\&= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

30. 함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+4}{x-2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-2)+6}{x-2} = \frac{6}{x-2} + 1$ 에서
 $a = 2$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

31. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

32. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$

② $\{y \mid y \leq 0$ 또는 $y \geq 2\}$

③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

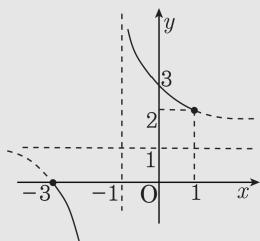
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



33. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

① $ab > 0$ 이면 제 3사분면

② $ab < 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉥ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.