

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{2, 4\}$ 이면, $n(A) = 2$
- ② $n(\emptyset) < n(\{\emptyset\})$
- ③ $A = \emptyset$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.
- ④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.
- ⑤ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

- ④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

2. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $\emptyset \subset A$

② $16 \notin A$

③ A 는 무한집합이다.

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

① $\emptyset$ 는 모든 집합의 부분집합

② $16 \in A$

③ A 는 유한집합

④ $n(A) = 6$

⑤ $\{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

3. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분 집합의 개수는

$$2^{10-2-7} = 2^1 = 2(\text{개})$$

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{a, c, e\}$ 를 만족하는 X 의 부분집합의 개수는 몇 개인가?

① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

$A - X = \{a, c, e\}$ 이므로 X 는 a, c, e 를 원소로 가져서는 안된다.
따라서 X 는 $\{b, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^2 = 4(\text{개})$

5. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

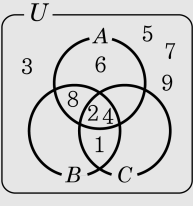
해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고,
 $n(A) = 6, n(B) = 6$ 이다.
따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 의 약수}\}$ 에 대하여 다음 집합 중 공집합인 것은?
- ① $A \cap B \cap C$ ② $A \cap B^c$ ③ $B \cap A^c$
④ $A \cap C^c$ ⑤ $C \cap B^c$

해설

집합 U, A, B, C 를 원소나열법으로 나타내면
 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 4\}$ 이고,
벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.



- ① $A \cap B \cap C = \{2, 4\}$
② $A \cap B^c = \{6\}$
③ $B \cap A^c = \{1\}$
④ $A \cap C^c = \{6, 8\}$
⑤ $C \cap B^c = \emptyset$

8. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $n(A \cap B) = 2$

② $n(B^c) = 4$

③ $n(A - B) = 2$

④ $n(B \cap A^c) = 3$

⑤ $n((A \cup B)^c) = 2$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$ 이므로

④ $n(B \cap A^c) = 2$ 이다.

9. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

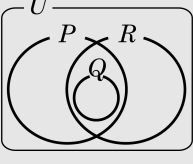
$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

10. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $Q \subset (P \cap R)$ 가 성립한다. 이때, 다음 중 항상 참인 명제를 모두 고르면?

- ① $p \rightarrow r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $r \rightarrow q$
- ④ $q \rightarrow r$
- ⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

세 집합 P, Q, R 에 대하여 $Q \subset (P \cap R)$ 를 만족하도록 벤 다이어그램을 그리면 다음 그림과 같다.



이때, $P^c \subset Q^c, Q \subset R$ 이므로 $\sim p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r$

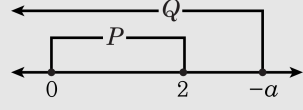
11. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

12. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, x, y 는 실수)

① $p : a^2 = ab, q : a = b$

② $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$

③ $p : 0 < x < 1, q : x < 2$

④ $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1$ 이고 $y > 1$

⑤ $p : xy > x + y > 4, q : x > 2$ 이고 $y > 2$

해설

- ① (반례) $a = 0$ 인 경우 필요조건만 성립
- ② (반례) $x = 3$ 인 경우 명제와 역 모두 성립하지 않는다.
- ③ (반례) 충분조건은 성립, 역에서는 $x = -1$ 인 경우가 반례이다.
- ⑤ (반례) $x = 10, y = 1.5$ 인 경우 성립하지 않는다.

13. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim p$ 가 q 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①

$P \cap Q = \phi$
- ②

$P \subset Q$
- ③

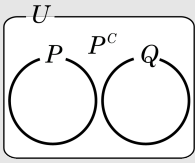
$Q \subset P$
- ④

$Q - P = \phi$
- ⑤

$Q^c = P$

해설

$P \subset Q^c \Leftrightarrow P - Q^c = P \cap Q = \emptyset$



14. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

$$\therefore a^2 \leq b$$

15. 양의 실수 a, b 에 대하여, $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \text{이고,}$$

a, b 가 양의 실수이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 적용하면

$$\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(b + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{a \times \frac{1}{a}} + 2\sqrt{b \times \frac{1}{b}} = 4$$

따라서 $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값은 4이다.(단, 등호는 $a = b = 1$ 일 때 성립)

16. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로
의 함수 f 가 $f(n) = (n^3 \text{을 } 7 \text{로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 치역의
모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$1^3 = 1$
즉 나머지 : 1
 $2^3 = 7 \times 1 + 1$
즉 나머지 : 1
 $3^3 = 27 = 7 \times 3 + 6$
즉 나머지 : 6
 $4^3 = 64 = 7 \times 9 + 1$
즉 나머지 : 1
 $5^3 = 125 = 7 \times 17 + 6$
즉 나머지 : 6
따라서 치역은 {1, 6}
 $\therefore$ 치역의 모든 원소의 합은 7이다.

17. 공집합이 아닌 두집합 X, Y 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = x^2 - x - 3, g(x) = x + 5$ 에 대하여 $f = g$ 일 때, 정의역 X 가 될 수 있는 집합의 개수는 a 개이다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로 집합 X 는 방정식 $f(x) = g(x)$ 를 만족하는 x 의 값을 원소로 갖는 집합이다.

$$x^2 - x - 3 = x + 5 \text{에서 } x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

즉, 집합 $\{-2, 4\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이 정의역 X 가 될 수 있으므로 집합 X 의 개수는 $2^2 - 1 = 3(\text{개})$ 이다.

$$\therefore a = 3$$

18. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x - 1) = x^2 + 2x - 1$ 을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은 얼마인가?

① -1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 14

해설

$$f(3) = f(2 \cdot 2 - 1) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 1 = 7$$

19. 다음 보기의 함수 $y = f(x)$ 중 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족하는 것을 모두 고르면?

보기

- I. $f(x) = x$
- II. $f(x) = -x + 5$
- III. $f(x) = -\frac{3}{x-2} + 2$
- IV. $f(x) = \frac{x+4}{2x-1}$

- ① I, II, III ② I, II, IV ③ I, III, IV
④ II, III, IV ⑤ I, II, III, IV

해설

$f(x)$ 를 $y = x$ 에 대칭해도 $f(x)$ 가 되면

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.

I. $f(x) = f^{-1}(x)$

II. $y = -x + 5 \Rightarrow x = -y + 5 \Rightarrow y = -x + 5$

III. $y = \frac{-3}{x-2} + 2 \Rightarrow x = \frac{-3}{y-2} + 2$
 $\Rightarrow y = \frac{-3}{x-2} + 2$

IV. $y = \frac{x+4}{2x-1} \Rightarrow x = \frac{y+4}{2y-1} \Rightarrow y = \frac{x+4}{2x-1}$

$\therefore$ I, II, III, IV : $f(x) = f^{-1}(x)$

20. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

즉 $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$ 이다.

따라서, $f(x) = ax^3 + b$ 에서

$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

21. $f(x) = \begin{cases} x+5 & (x \geq 0) \\ -x^2+3 & (x < 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 f 에 대하여 $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(2)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ f)(-1) = f(-(-1)^2 + 3) = f(2) = 2 + 5 = 7$$

$$f^{-1}(2) = t \text{ 라 하면 } f(t) = 2$$

그런데 $x+5 \geq 5$ ($\because x \geq 0$) 이고

$$-x^2+3 < 3 \text{ ($\because x < 0$) 이므로 } -t^2+3 = 2$$

$$\therefore t = f^{-1}(2) = -1 \text{ ($\because t < 0$)} \cdots \textcircled{A}$$

$$\text{따라서 } (f \circ f)(-1) + f^{-1}(2) = 7 + (-1) = 6$$

22. 수직선 위에 세 점 A(-2), B(1), C(2)가 있다. 수직선 위에 한 점 P를 잡아 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P의 좌표를 구하면?
- ① P(-2) ② P(-1) ③ P(0)
- ④ P(1) ⑤ P(2)

해설

점 P의 좌표를 $P(x)$ 라 하면
 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$
 $y = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$ 의
그래프의 개형은
다음 그림과 같으므로 $x = 1$ 에서 최
솟값을 가진다.
따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(1)
이다.

23. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x) \\ &= (z-y)x^2 - (z^2-y^2)x + yz^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y) \\ &= (z-y)\{x^2 - (z+y)x + zy\} \\ &= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x) \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1 \end{aligned}$$

24. $x = 4$ 일 때,
 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$ 의 값을
구하면?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x+a)(x+b)} &= \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+b} \right) \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} \\ &\quad - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ \therefore x=4 \text{ 대입하면 } &\frac{1}{8} \end{aligned}$$

25. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{13 \times 14} = \frac{a}{14}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} \text{준식} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdots - \frac{1}{14} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14} \\ \therefore a &= 13 \end{aligned}$$

26. $a + b + c = 0, abc \neq 0$ 일 때, $\frac{a^2 + 2}{bc} + \frac{b^2 + 2}{ca} + \frac{c^2 + 2}{ab}$ 의 값을 구하

면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + 2}{bc} + \frac{b^2 + 2}{ca} + \frac{c^2 + 2}{ab} \\ &= \frac{a(a^2 + 2) + b(b^2 + 2) + c(c^2 + 2)}{abc} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)} \\ & \quad a + b + c = 0 \text{ 이므로, } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \\ & \text{(준 식)} = \frac{a^3 + b^3 + c^3 + 2(a + b + c)}{abc} \\ & \quad = \frac{3abc}{abc} = 3 \end{aligned}$$

27. x, y, z 가 양의 실수이고, $\frac{x(y+z)}{15} = \frac{y(z+x)}{13} = \frac{z(x+y)}{18}$ 일 때,
 $x:y:z$ 를 구하면?

① $1:2:4$

② $3:4:5$

③ $5:4:8$

④ $4:7:9$

⑤ $4:7:5$

해설

$$\frac{x(y+z)}{15} = \frac{y(z+x)}{13} = \frac{z(x+y)}{18} = k$$

$$xy + xz = 15k, yz + yx = 13k, zx + zy = 18k$$

$$\text{변변끼리의 합은 } 2(xy + yz + zx) = 46k$$

$$\therefore xy + yz + zx = 23k$$

$$yz = 8k, zx = 10k, xy = 5k$$

$$\text{변변끼리 곱하면 } (xyz)^2 = 400k^3, \quad xyz > 0$$

$$\therefore xyz = 20k\sqrt{k}$$

$$x = \frac{5}{2}\sqrt{k}, y = 2\sqrt{k}, z = 4\sqrt{k}$$

$$\therefore x:y:z = 5:4:8$$

28. 둘레와 넓이가 같은 반원의 반지름의 길이는?

① π

② $\frac{2}{\pi}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $2 + \frac{4}{\pi}$

해설

반원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면,

$$\pi r + 2r = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$\therefore r = 2 + \frac{4}{\pi}$$

29. $\sqrt{17 + \sqrt{288}}$ 의 소수 부분을 x 라 할 때, $\sqrt{x^2 + 4x}$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(1) 단계

$$\sqrt{17 + 2\sqrt{72}} = 3 + \sqrt{8}$$

(2) 단계

($2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로)

$$\sqrt{17 + 2\sqrt{72}} = 3 + \sqrt{8} - 2 + 2$$

$= 5 + \sqrt{8} - 2$ 에서 소수 부분 $x = \sqrt{8} - 2$ 이므로

(3) 단계

$$x + 2 = \sqrt{8}$$

(양변을 제곱하면) $x^2 + 4x + 4 = 8$,

$x^2 + 4x = 4$ 를 대입하면

$$(\text{준식}) = \sqrt{4} = 2$$

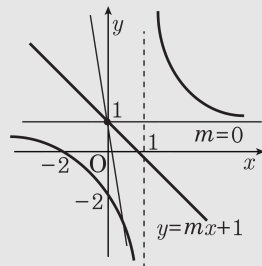
30. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
 두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

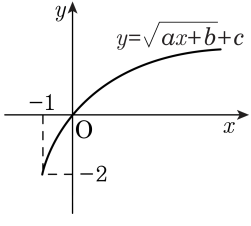
이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, \quad m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는
 $-12 < m \leq 0$

31. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

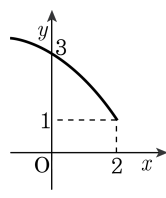
▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

32. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3



해설

주어진 그림은 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
x축 방향으로 2, y축 방향으로 1만큼 평행이동한
것이므로 $y - 1 = \sqrt{a(x-2)}$
즉 $y = \sqrt{a(x-2)} + 1$
그런데 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = \sqrt{-2a} + 1$
 $\sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$
 $\therefore a = -2$
 $\therefore y = \sqrt{-2x+4} + 1$
 $\therefore a + b + c = (-2) + 4 + 1 = 3$

33. 함수 $y = \sqrt{x+|x|}$ 와 직선 $y = x+k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < k < 0$ ② $-1 < k \leq 0$ ③ $0 < k < \frac{1}{2}$
 ④ $0 \leq k < \frac{1}{2}$ ⑤ $0 < k \leq \frac{1}{2}$

해설

$x \geq 0$ 일 때 $y = \sqrt{2x}$ 이고 $x < 0$ 일 때

$y = 0$ 이므로

$y = \sqrt{x+|x|}$ 의 그래프는

그림과 같고 직선 $y = x+k$ 와 서로 다른

세 점에서 만나려면

(i)과 (ii) 사이에 존재해야 한다.

① 곡선 $y = \sqrt{2x}$ 와 직선 $y = x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{2x} = x+k$ 에서 $2x = (x+k)^2$

$x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - k^2 = 0, \quad -2k+1=0$

$\therefore k = \frac{1}{2}$

② 직선 $y = x+k$ 가 원점을 지날 때 $k = 0$

①, ②에서 구하는 k 의 값의 범위는 $0 < k < \frac{1}{2}$

