

1. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{x | x \text{는 good friends 의 알파벳 자음}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 4 이상 7 이하인 4의 배수}\}$,
 $C = \{x | x \text{는 별자리 12궁 일 때,}\}$
 $n(A) + n(C) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

good friends 의 알파벳 자음은 g,d,f,r,n,s 이므로 $n(A) = 6$,
4 이상 7 이하의 4의 배수는 4 하나만 존재하므로 $n(B) = 1$,
별자리 12궁은 12개의 별자리로 이루어진 것이므로 $n(C) = 12$
이다.
따라서 $n(A) + n(C) - n(B) = 17$ 이다.

2. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$

② $\{3, 4, 5\}$

③ $\{3\}$
- ④ $\{\{7\}\}$

⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고, } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{11, 13\}$ 이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

4. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A 는 12의 약수들의 모임이므로 $a = 12$ 이다.

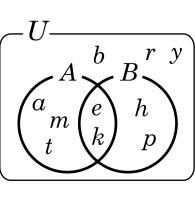
5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$ 이다.

해설

- ② 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면
 $n(A) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

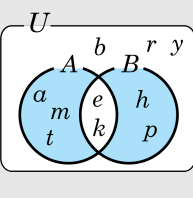
6. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $A - B = \{a, t, m\}$
- ② $B - A = \{h, p\}$
- ③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$
- ④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$
- ⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



7. 전체집합이 U 이고, A 가 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

- ☐ Ⓐ $A \cap A^c = \emptyset$

☐ Ⓒ $A \cup A^c = U$

☐ Ⓑ $U^c = \emptyset$

☐ Ⓓ $(A^c)^c = A$

☐ Ⓔ $U - A = \emptyset$

▶ 답 :

▷ 정답 : Ⓔ

해설

Ⓔ $U - A = A^c$

8. 100명의 학생에게 야구, 축구의 선호도를 조사하였더니, 야구를 좋아하는 학생이 67명, 축구를 좋아하는 학생이 56명, 야구와 축구를 모두 싫어하는 학생이 23명이었다. 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라.

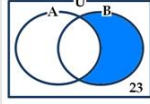
▶ **답:** 명

▶ 정답 : 10명

해설

전체집합을 U , 야구를 좋아하는 학생을 A , 축구를 좋아하는 학생을 B 라 하자. 벤다이어그램으로 나타내 보면 $n(A \cup B) =$

100 - 23 = 77 임을 쉽게 알 수 있다.



구하는 것은 그림에서 어두운 부분이고 $n(B-A)$ 이다. $n(B-A) = n(B) - n(A \cap B)$ 이고 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 67 + 56 - 77 = 46$
 $\therefore$ 축구만 좋아하는 학생 수는 $n(B) - n(A \cap B) = 56 - 46 = 10$

$\therefore$ 축구만 좋아하는 학생 수는 $n(B) - n(A \cap B) = 56 - 46 = 10$

9. 자연수 k 의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $(A_{24} \cup A_{18}) \subset A_k$ 를 만족하는 k 의 최댓값은 ?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 18

해설

$A_{18} \subset A_k$ 이고 $A_{24} \subset A_k$ 이므로 k 는 18, 24의 공약수이고, 이 중에서 최대인 것은 6이다.

10. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 않는 학생 수는?

① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명 ④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 42$, $n(A) = 26$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 12$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 50 - 12 = 38$ 이므로

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 38 = 4$

11. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

$\neg \sim q \rightarrow \sim p$	$\neg r \rightarrow \sim p$	$\neg r \rightarrow p$
$\neg p \rightarrow r$	$\neg \sim q \rightarrow p$	

- ① $\neg, \neg$ ② $\neg, \neg$ ③ $\neg, \neg$ ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

해설

$p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이면 그 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p, q \rightarrow \sim r$ 이 참
 $p \rightarrow q \rightarrow \sim r$ 이므로 $p \rightarrow \sim r$ 가 참이고 그 대우인 $r \rightarrow \sim p$ 가 참

12. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
빈 칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

주어진 명제의 (가)을(를) 구하여 보면
(가) : ' n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.'
이 때, n 이 홀수이므로
 $n = (나)(k$ 는 0 또는 자연수)
이 때, $n^2 = (나)^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
여기에서 $2(2k^2 + 2k)$ 는 (다)이므로 n^2 은 홀수이다.
∴ (가)가(이) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

- ① 역, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ② 이, $2k - 1, 홀수$
- ③ 대우, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ④ 대우, $2k - 1, 0$ 또는 홀수
- ⑤ 역, $2k + 1, 0$ 또는 홀수

해설

주어진 증명과정은 '명제가 참이면 그 대우도 참이다'라는 성질을 이용한 것이므로
∴ (가) : 대우
 n 이 홀수이므로 ∴ (나) : $2k + 1$
 $2(2k^2 + 2k)$ 는 $2 \times (정수)$ 의 형태이므로
∴ (다) : 0 또는 짝수

13. 두 조건 p, q 에 대하여 $\sim q$ 는 p 이기 위한 필요조건이다. 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, U 는 전체집합이다.)

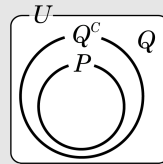
- ① $P \cap Q = \emptyset$ ② $P \cup Q = U$ ③ $P \subset Q$
④ $Q \subset P$ ⑤ $Q^c = P$

해설

$$P \subset Q^c \Rightarrow P - Q^c = \emptyset \Rightarrow P \cap (Q^c)^c = \emptyset$$

$$\therefore P \cap Q = \emptyset$$

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



14. 다음 부등식에 관한 설명 중에서 옳은 것은? (단, a, b, x, y 는 실수임)

① $a \geq b \Leftrightarrow a - b \leq 0$

② $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ (단, $ax = by$ 일 때, 등호 성립)

④ $a^2 + b^2 \geq ab$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

⑤ 두 양수 a, b 에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (단, $a = b$ 일 때, 등호 성립)

해설

②의 반례 : a, b 가 음수인 경우

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2$
 $= (a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2)$
 $- (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2)$
 $= a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2$
 $= (ay - bx)^2 \geq 0$ 단, 등호는 $ay = bx$ 일때 성립

④ $a^2 + b^2 - ab$
 $= \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$

등호는 $a = b = 0$ 일때 성립

⑤ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$
($\therefore$ 산술평균 $\geq$ 기하평균 $\geq$ 조화평균)

15. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) &= ab + \frac{4}{ab} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9\end{aligned}$$

따라서, 최솟값은 9

16. 길이가 16m인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① 8 m^2 ② 16 m^2 ③ 25 m^2 ④ 36 m^2 ⑤ 64 m^2

해설

가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$2(x+y)=16 \quad x+y=8$$

산술기하평균을 사용하면,

$$x+y \geq 2\sqrt{xy}$$

$$4 \geq \sqrt{xy}$$

$$\Rightarrow 16 \geq xy$$

$\therefore$ 넓이의 최대값 : $16(\text{m}^2)$

17. 자연수 n 을 $n = 2^p \cdot k$ (p 는 음이 아닌 정수, k 는 홀수)로 나타낼 때, $f(n) = p$ 라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$ 이다. 다음 <보기>중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ n 이 홀수이면 $f(n) = 0$ 이다.
- ㉡ $f(8) < f(24)$ 이다.
- ㉢ $f(n) = 3$ 인 자연수 n 은 무한히 많다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$ 에서
㉠ n 이 홀수이면, k 가 홀수이므로 2^p 이 홀수
 $\therefore p = 0$ 즉, $f(n) = 0$
㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$
 $\therefore f(8) = f(24)$
㉢ $f(n) = 3$ 에서 $n = 2^3 \cdot k$
홀수 k 는 무수히 많으므로 n 도 무수히 많다.

18. 0이 아닌 실수에서 정의되는 두 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 - x$ 에 대하여 $h(x) = f(g(x))$ 라고 할 때, $h(x) = \frac{99}{100}$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하면?

① 95 ② 97 ③ 99 ④ -97 ⑤ -99

해설

$$\begin{aligned} h(x) &= f(g(x)) = f(1-x) = 1 - \frac{1}{1-x} \\ &= \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1} \\ h(x) &= \frac{99}{100} \text{ 에서} \\ \frac{x}{x-1} &= \frac{99}{100} \\ \text{따라서 } x &= -99 \end{aligned}$$

19. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x-1) = x+2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2x-1=3$ 으로 놓으면 $x=2$
 $\therefore f(3)=4$

20. 두 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = x + 1$ 의 역함수 $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 가 존재할 때, $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단, a, b 는 실수)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

함수 $y = f(x)$ 의 역함수가 존재하면
일대일대응이다.
즉, 공역은 치역과 같으므로 치역을 구하면
 $f(0) = 1, f(2) = 3$ 에서
 $Y\{y \mid a \leq y \leq b\} = \{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$
 $\therefore a = 1, b = 3$
 $\therefore a + b = 4$

21. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 0) \\ x + 1 & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(5) + g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$g(5) = a$ 라 하면 $f^{-1}(5) = a$ 에서 $f(a) = 5$
그런데 $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = x^2 + 1 \geq 1$ 이므로
 $f(a) = a^2 + 1 = 5$
 $\therefore a = 2 (\because a \geq 0) \therefore g(5) = 2$
또, $g(0) = b$ 라 하면 $f^{-1}(0) = b$ 에서 $f(b) = 0$
그런데 $x < 0$ 일 때, $f(x) = x + 1 < 1$ 이므로
 $f(b) = b + 1 = 0$
 $\therefore b = -1 \therefore g(0) = -1$
 $\therefore g(5) + g(0) = 2 - 1 = 1$

22. 실수 전체집합에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 2x - 1$, $(h \circ (g \circ f))(x) = -2x + b$ 가 성립하고, $f(x) = ax + 1$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$(h \circ (g \circ f))(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$ 이므로

$(h \circ g)(f(x)) = (h \circ g)(ax + 1) = 2(ax + 1) - 1 = 2ax + 1$

$2ax + 1 = -2x + b$ 에서 $a = -1, b = 1$

$\therefore a + b = 0$

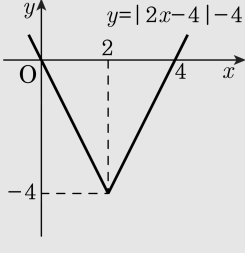
23. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는
 $y = |2x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한
것이므로
다음 그림과 같다.
따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이
는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



24. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$\therefore b = -1$

$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$

25. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x+1}$ 일 때, $f(1)g(1) + f(2)g(2) + f(3)g(3) + \cdots + f(49)g(49)$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{48}{49}$
- ② $\frac{50}{49}$
- ③ $\frac{51}{49}$
- ④ $\frac{49}{50}$
- ⑤ $\frac{51}{50}$

해설

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= \frac{1}{x} \times \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \text{ 이므로} \end{aligned}$$

(주어진 식) =
 $\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50}\right) = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$

26. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 1$$

(주어진 식)

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$+ 2\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = -1$$

27. $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 구하면?

① 1, 2

② 1, -2

③ -1, -2

④ -1, 2

⑤ 1

해설

(i) $3a + 2b + c \neq 0$ 일 때,

가비의 리에서

$$\frac{(2b+c) + (c+3a) + (3a+2b)}{3a+2b+c} = 2$$

(ii) $3a + 2b + c = 0$ 일 때, $2b + c = -3a$

$$\therefore \frac{-3a}{3a} = -1$$

28. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ 이다.
- ② 모든 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이다.
- ③ 무리식 $x + \sqrt{4-x}$ 가 실수가 되기 위한 x 의 값의 범위는 $0 \leq x \leq 4$ 이다.
- ④ 실수 x 에 대하여 $(\sqrt{x})^2 = x$ 이다.
- ⑤ $x > 2$ 일 때, $\sqrt{(2-x)^2} = 2-x$ 이다.

해설

- ① $b > a > 0$ 이면, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$
- ② $a < 0, b < 0$ 이면, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$
- ③ $x + \sqrt{4-x}$ 가 실수가 되기 위해서는
 $4-x \geq 0 \therefore x \leq 4$
- ⑤ $2-x < 0$, $\sqrt{(2-x)^2} = |2-x| = -(2-x)$
 $= x-2$

29. $x = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ 에 대하여 x 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $x + a - \frac{1}{b}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - 1 = 1.\times\times\times \\ \text{정수 부분 } a &= 1, \text{ 소수 부분 } b = x - a = \sqrt{5} - 2 \\ x + a - \frac{1}{b} &= \sqrt{5} - 1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = -2 \end{aligned}$$

30. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x-2}$ 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다.

이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

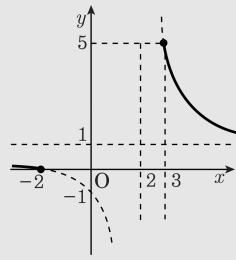
즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



31. 다음과 같은 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}$$
$$B = \{ (x, y) \mid y = ax \}$$

- ① $a < 0$

② $a > 0$

③ $0 < a < 1$
- ④ $0 \leq a \leq 1$

⑤ $a < 0, a > 1$

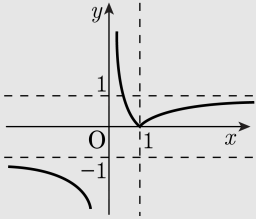
해설

$y = \frac{|x-1|}{x}$ 에서

$x \geq 1$ 일 때,

$$y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$x < 1$ 일 때, $y = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$



$A \cap B = \emptyset$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$ 가 만나지 않아야 하므로, 위쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다. 따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < 0$

32. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다. 이때, $m-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

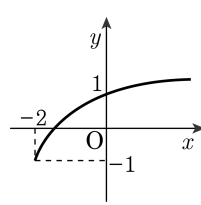
$$\therefore a = -11$$

또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

33. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로

c 만큼 평행 이동시킨 것이므로

$$b = 2, c = -1$$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$