1. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$A = \{x | x$는 good friends 의 알파벳 자음$\}$,

$B = \{x | x$ 는 4 이상 7 이하인 4의 배수$\}$,

$C = \{x | x$ 는 별자리 12궁$\}$ 일 때,

$n(A) + n(C) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

good friends 의 알파벳 자음은 g, d, f, r, n, s 이므로 $n(A) = 6$,
4 이상 7 이하의 4 의 배수는 4 하나만 존재하므로 $n(B) = 1$,
별자리 12궁은 12개의 별자리로 이루어진 것이므로 $n(C) = 12$ 이다.
따라서 $n(A) + n(C) - n(B) = 17$ 이다.

2. 집합 $A=\{3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\{\varnothing\}$ ② $\{3,\ 4,\ 5\}$ ③ $\{3\}$

④ $\{\{7\}\}$ ⑤ $\{3,\ 5,\ 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\varnothing$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 7\}$, $\{5,\ 7\}$, $\{3,\ 5,\ 7\}$

3. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 크고, 15보다 작은 홀수$\}$의 부분집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{11,\ 13\}$이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
$2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

4. 두 집합
$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $B = \{x \mid x$는 a 의 약수$\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A 는 12 의 약수들의 모임이므로 $a = 12$ 이다.

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 1$ 이다.

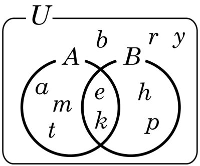
해설

② 반례 : $A = \{1,\ 3\}$, $B = \{2,\ 4\}$

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면
$n(A) = 5$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 0$ 이다.

6. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $A - B = \{a, t, m\}$

② $B - A = \{h, p\}$

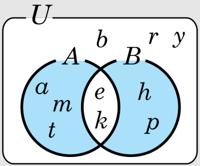
③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$

⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



7. 전체집합이 U 이고, A 가 U 의 부분집합일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.

㉠ $A \cap A^C = \varnothing$	㉡ $A \cup A^C = U$
㉢ $U^c = \varnothing$	㉣ $(A^c)^c = A$
㉤ $U - A = \varnothing$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $U - A = A^c$

8. 100명의 학생에게 야구, 축구의 선호도를 조사하였더니, 야구를 좋아하는 학생이 67명, 축구를 좋아하는 학생이 56명, 야구와 축구를 모두 싫어하는 학생이 23명이었다. 축구만 좋아하는 학생 수를 구하여라.

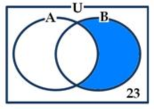
▶ 답 : ______ 명

▷ 정답 : 10 명

해설

전체집합을 U , 야구를 좋아하는 학생을 A , 축구를 좋아하는 학생을 B 라 하자. 벤다이어그램으로 나타내 보면 $n(A \cup B) =$

$100 - 23 = 77$ 임을 쉽게 알 수 있다.



구하는 것은 그림에서 어두운 부분이고 $n(B-A)$ 이다. $n(B-A) = n(B) - n(A \cap B)$ 이고 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 67 + 56 - 77 = 46$

$\therefore$ 축구만 좋아하는 학생 수는 $n(B) - n(A \cap B) = 56 - 46 = 10$

9. 자연수 k의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k라 할 때, $(A_{24} \cup A_{18}) \subset A_k$를 만족하는 k의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 18

해설

$A_{18} \subset A_k$이고 $A_{24} \subset A_k$이므로 k는 18, 24의 공약수이고, 이 중에서 최대인 것은 6이다.

10. 재원이네 반 학생 42 명 중 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 축구를 좋아하는 학생이 24 명이다. 야구와 축구를 둘 다 좋아하는 학생이 12 명 일 때, 야구와 축구를 모두 좋아하지 <u>않는</u> 학생 수는?

① 0 명 ② 1 명 ③ 2 명 ④ 3 명 ⑤ 4 명

해설

야구를 좋아하는 학생의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면

$n(U)=42,\ n(A)=26,\ n(B)=24,\ n(A\cap B)=12$ 이다.

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$\qquad\qquad =50-12=38$ 이므로

$n((A\cup B)^c)=n(U)-n(A\cup B)=42-38=4$

11. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $\sim q \to \sim p$	㉡ $r \to \sim p$	㉢ $r \to p$
㉣ $p \to r$	㉤ $\sim q \to p$	

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉣　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉣

해설

$p \to q$와 $r \to \sim q$가 참이면 그 대우인 $\sim q \to \sim p$, $q \to \sim r$이 참

$p \to q \to \sim r$이므로 $p \to \sim r$가 참이고 그 대우인 $r \to \sim p$가 참

12. 자연수 n에 대하여 n^2 이 짝수이면 n도 짝수임을 증명하는 과정이다. 빈 칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

주어진 명제의 (가)을(를) 구하여 보면 (가) : 'n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.' 이 때, n 이 홀수이므로 $n =$ (나)(k는 0 또는 자연수) 이 때, $n^2 =$ (나)$^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ 여기에서 $2(2k^2 + 2k)$ 는 (다)이므로 n^2은 홀수이다. $\therefore$ (가)가(이) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

① 역, $2k+1$, 0 또는 짝수
② 이, $2k-1$, 홀수
③ 대우, $2k+1$, 0 또는 짝수
④ 대우, $2k-1$, 0 또는 홀수
⑤ 역, $2k+1$, 0 또는 홀수

해설

주어진 증명과정은 '명제가 참이면 그 대우도 참이다'라는 성질을 이용한 것이므로
$\therefore$ (가) : 대우
n 이 홀수이므로 $\therefore$ (나) : $2k+1$
$2(2k^2 + 2k)$ 는 $2 \times$ (정수)의 형태이므로
$\therefore$ (다) : 0 또는 짝수

13. 두 조건 p, q에 대하여 $\sim q$는 p이기 위한 필요조건이다. 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, U는 전체집합이다.)

① $P \cap Q = \varnothing$　　② $P \cup Q = U$　　③ $P \subset Q$

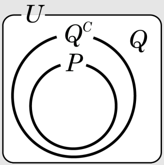
④ $Q \subset P$　　⑤ $Q^c = P$

해설

$P \subset Q^c \Rightarrow P - Q^c = \varnothing \Rightarrow P \cap (Q^c)^c = \varnothing$

$\therefore P \cap Q = \varnothing$

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



14. 다음 부등식에 관한 설명 중에서 옳은 것은? (단, a, b, x, y는 실수임)

① $a \geq b \Leftrightarrow a - b \leq 0$

② $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$(단, $ax = by$일 때, 등호성립)

④ $a^2 + b^2 \geq ab$(단, $a = b$일 때, 등호 성립)

⑤ 두 양수 a, b에 대하여 $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \dfrac{2ab}{a+b}$(단, $a = b$일 때, 등호 성립)

해설

②의 반례 : a, b가 음수인 경우

③ $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2$

$= (a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2)$

$-(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2)$

$= a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2$

$= (ay - bx)^2 \geq 0$ 단, 등호는 $ay = bx$일때 성립

④ $a^2 + b^2 - ab$

$$= \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$$

등호는 $a = b = 0$일때 성립

⑤ $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \dfrac{2ab}{a+b}$

($\because$산술평균 $\geq$ 기하평균 $\geq$ 조화평균)

15. $a > 0$, $b > 0$일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0$, $b > 0$이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right) = ab + \frac{4}{ab} + 5$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9$$

따라서, 최솟값은 9

16. 길이가 16 m 인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① $8\,\mathrm{m}^2$　② $16\,\mathrm{m}^2$　③ $25\,\mathrm{m}^2$　④ $36\,\mathrm{m}^2$　⑤ $64\,\mathrm{m}^2$

해설

가로를 x, 세로를 y라 하자.

$2(x+y)=16 \quad x+y=8$

산술기하평균을 사용하면,

$x+y \geq 2\sqrt{xy}$

$4 \geq \sqrt{xy}$

$\Rightarrow \quad 16 \geq xy$

$\therefore$ 넓이의 최대값 : $16(\mathrm{m}^2)$

17. 자연수 n을 $n = 2^p \cdot k$ (p는 음이 아닌 정수, k는 홀수)로 나타낼 때, $f(n) = p$라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$이다. 다음 <보기>중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

ㄱ n이 홀수이면 $f(n) = 0$이다.

ㄴ $f(8) < f(24)$이다.

ㄷ $f(n) = 3$인 자연수 n은 무한히 많다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

해설

$n = 2^p \cdot k$에서
ㄱ n이 홀수이면, k가 홀수이므로 2^p이 홀수
$\therefore p = 0$ 즉, $f(n) = 0$
ㄴ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$
$\therefore f(8) = f(24)$
ㄷ $f(n) = 3$에서 $n = 2^3 \cdot k$
홀수 k는 무수히 많으므로 n도 무수히 많다.

18. 0이 아닌 실수에서 정의되는 두 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 - x$ 에 대하여 $h(x) = f(g(x))$ 라고 할 때, $h(x) = \frac{99}{100}$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하면?

① 95 ② 97 ③ 99 ④ −97 ⑤ −99

해설

$h(x) = f(g(x)) = f(1-x) = 1 - \frac{1}{1-x}$

$= \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$

$h(x) = \frac{99}{100}$ 에서

$\frac{x}{x-1} = \frac{99}{100}$

따라서 $x = -99$

19. 함수 $f(x)$가 $f(2x-1)=x+2$ 일 때, $f(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x-1=3$ 으로 놓으면 $x=2$

$\therefore\ f(3)=4$

20. 두 집합 $X = \{x \mid 0 \le x \le 2\}$, $Y = \{y \mid a \le y \le b\}$에서 $f : X \to Y$, $f(x) = x + 1$의 역함수 $f^{-1} : Y \to X$가 존재할 때, $a + b$의 값은 얼마인가? (단, a, b는실수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

함수 $y = f(x)$의 역함수가 존재하면
일대일대응이다.
즉, 공역은 치역과 같으므로 치역을 구하면
$f(0) = 1, f(2) = 3$에서
$Y\{y \mid a \le y \le b\} = \{y \mid 1 \le y \le 3\}$
$\therefore a = 1,\ b = 3$
$\therefore a + b = 4$

21. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 (x \geq 0) \\ x + 1 (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(5) + g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$g(5) = a$ 라 하면 $f^{-1}(5) = a$ 에서 $f(a) = 5$
그런데 $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = x^2 + 1 \geq 1$ 이므로
$f(a) = a^2 + 1 = 5$
$\therefore a = 2 (\because a \geq 0) \therefore g(5) = 2$
또, $g(0) = b$ 라 하면 $f^{-1}(0) = b$ 에서 $f(b) = 0$
그런데 $x < 0$ 일 때, $f(x) = x + 1 < 1$ 이므로
$f(b) = b + 1 = 0$
$\therefore b = -1 \therefore g(0) = -1$
$\therefore g(5) + g(0) = 2 - 1 = 1$

22. 실수 전체집합에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 2x-1$, $(h \circ (g \circ f))(x) = -2x+b$ 가 성립하고, $f(x) = ax+1$ 일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$(h \circ (g \circ f))(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$ 이므로

$(h \circ g)(f(x)) = (h \circ g)(ax+1) = 2(ax+1) - 1 = 2ax+1$

$2ax+1 = -2x+b$ 에서 $a = -1, b = 1$

$\therefore a+b = 0$

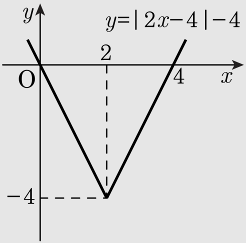
23. 함수 $y=|2x-4|-4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=|2x-4|-4=|2(x-2)|-4$ 의 그래프는
$y=|2x|$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 2 만큼,
y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로
다음 그림과 같다.



따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times4=8$

24. 모든 실수 x에 대하여 다음 분수식 $\dfrac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{b}{x+2} + \dfrac{c}{(x+2)^2}$가 항상 성립하도록 상수 $a,\ b,\ c$의 값을 정할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)^2}$$
$$= \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}$$

$\therefore\ 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$

이것이 x에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x=-1$을 대입하면 $1 = a$

$x=-2$를 대입하면 $1=-c$

즉, $c=-1$

$x=0$을 대입하면 $1 = 4a+2b+c$

$a=1,\ c=-1$이므로 $1 = 4+2b-1$

$\therefore\ b=-1$

$\therefore\ a+b+c = 1-1-1 = -1$

25. $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$ 일 때, $f(1)g(1)+f(2)g(2)+f(3)g(3)+\cdots+f(49)g(49)$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{48}{49}$ ② $\dfrac{50}{49}$ ③ $\dfrac{51}{49}$ ④ $\dfrac{49}{50}$ ⑤ $\dfrac{51}{50}$

해설

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= \frac{1}{x}\times\frac{1}{x+1} \\ &= \frac{1}{(x+1)-x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right) \\ &= \frac{1}{x}-\frac{1}{x+1} \end{aligned}$$ 이므로

(주어진 식) $=$

$\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{49}-\dfrac{1}{50}\right)=1-\dfrac{1}{50}=\dfrac{49}{50}$

26. $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^2 - x + 1 = 0$에서 양변을 x로 나누면

$x - 1 + \frac{1}{x} = 0$, $x + \frac{1}{x} = 1$

(주어진 식)

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$+ 2\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = -1$$

27. $\dfrac{2b+c}{3a}=\dfrac{c+3a}{2b}=\dfrac{3a+2b}{c}$ 의 값을 구하면?

① $1,\ 2$　② $1,\ -2$　③ $-1,\ -2$

④ $-1,\ 2$　⑤ 1

해설

(i) $3a+2b+c\neq 0$ 일 때,

가비의 리에서

$$\frac{(2b+c)+(c+3a)+(3a+2b)}{3a+2b+c}=2$$

(ii) $3a+2b+c=0$ 일 때, $2b+c=-3a$

$$\therefore \frac{-3a}{3a}=-1$$

28. 다음 설명 중 옳은 것은?

① $a > 0, b > 0$일 때, $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$이다.

② 모든 실수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$이다.

③ 무리식 $x + \sqrt{4-x}$가 실수가 되기 위한 x의 값의 범위는 $0 \le x \le 4$이다.

④ 실수 x에 대하여 $(\sqrt{x})^2 = x$이다.

⑤ $x > 2$일 때, $\sqrt{(2-x)^2} = 2 - x$이다.

해설

① $b > a > 0$이면, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$

② $a < 0,\ b < 0$이면, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

③ $x + \sqrt{4-x}$가 실수가 되기 위해서는

$4 - x \ge 0 \therefore x \le 4$

⑤ $2 - x < 0,\ \sqrt{(2-x)^2} = |2-x| = -(2-x)$

$= x - 2$

29. $x = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$에 대하여 x의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $x + a - \frac{1}{b}$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = \sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

$= \sqrt{5} - 1 = 1.\times\times\times$

정수 부분 $a = 1$, 소수 부분 $b = x - a = \sqrt{5} - 2$

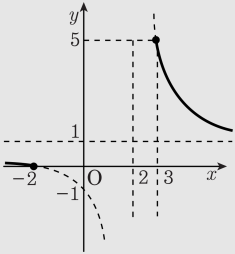
$x + a - \frac{1}{b} = \sqrt{5} - 1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

$= \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = -2$

30. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설



$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$(x+2)(x-3) \geq 0$

$\therefore\ x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

$y = \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{(x-2)+4}{x-2}$

$= \dfrac{4}{x-2} + 1$

즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.

31. 다음과 같은 두 집합 A, B에 대하여 $A \cap B = \varnothing$일때, 상수 a의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{(x,\ y) \mid y = \frac{|x-1|}{x}\right\}$$
$$B = \left\{(x, y) \mid y = ax\right\}$$

① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$

④ $0 \le a \le 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

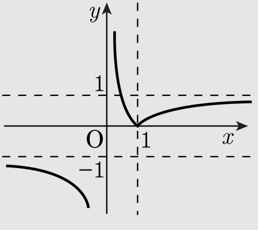
해설

$y = \dfrac{|x-1|}{x}$에서

$x \ge 1$일 때,

$y = \dfrac{x-1}{x} = -\dfrac{1}{x} + 1$

$x < 1$일 때, $y = \dfrac{1-x}{x} = \dfrac{1}{x} - 1$



$A \cap B = \varnothing$이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$가 만나지 않아야 하므로 ,

윗쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다.

따라서 구하는 a의 값의 범위는 $a < 0$

32. $a \le x \le 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x}+1$ 의 최솟값이 m, 최댓값이 6 이다. 이때, $m-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

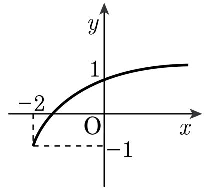
해설

함수 $y = \sqrt{3-2x}+1 = \sqrt{-2\left(x-\frac{3}{2}\right)}+1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.
따라서, $x = a$에서 최댓값을 가지므로
$6 = \sqrt{3-2a}+1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$
$\therefore a = -11$
또한, $x = 1$에서 최솟값을 가지므로
$m = \sqrt{3-2\times1}+1 = 2$
$\therefore m-a = 13$

33. 함수 $y = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x축의 교점의 좌표는? (단, $a,\ b,\ c$ 는 상수)



① $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$　② $\left(-\frac{4}{3},\ 0\right)$

③ $\left(-\frac{5}{3},\ 0\right)$　④ $(-\sqrt{2},\ 0)$

⑤ $(-\sqrt{3},\ 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b}+c$ 의 그래프는
함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를
x축의 방향으로 $-b$ 만큼, y축의 방향으로
c만큼 평행 이동시킨 것이므로
$b = 2$, $c = -1$
$\therefore\ y = a\sqrt{x+b}+c = a\sqrt{x+2}-1$
한편, 이 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1 = a\sqrt{0+2}-1$
$\therefore\ a = \sqrt{2}$
따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$ 의 그래프와
x축의 교점의 x좌표를 구하면
$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2}-1$
$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$x+2 = \frac{1}{2}$
$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$