

1. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$

㉡ $2 \in A$

㉢ $3 \in A$

㉤ $4 \notin A$

㉥ $5 \in A$

㉦ $6 \notin A$

① ㉠, ㉡, ㉦

② ㉡, ㉤, ㉦

③ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉦

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.

옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉦이다.

2. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

3. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수는?

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 10 개

⑤ 12 개

해설

$$B = \{1, 3, 9\}$$

집합 B 의 부분집합의 개수 : $2^3 = 8$

4. $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 8 개

해설

$\{1, 2, 3, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는 집합이다.

$\therefore$ 집합 X 의 개수는 $2^2 = 4$ (개)

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분 집합 중에서 원소 1 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 8개 ② 12개 ③ 16개 ④ 20개 ⑤ 24개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

원소 1 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

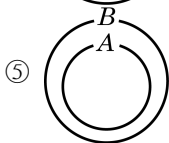
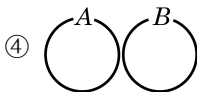
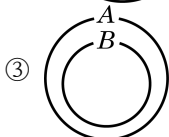
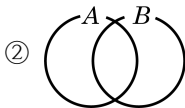
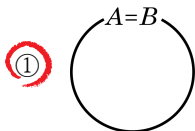
원소 1, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

원소 1 또는 6 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

6. $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 원소가 모두 같다.

7. 세 집합 A, B, Y 에 대하여 $Y \cup (A \cap B) = Y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $Y \subset (A \cap B)$

② $(A \cap B) \subset Y$

③ $(A \cup B) \subset Y$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $(A \cap B) \subset Y \subset (A \cup B)$

해설

$Y \cup (A \cap B) = Y$ 이면 $(A \cap B) \subset Y$ 이다.

④ $A \cap B = \emptyset$ 라고 말할 수 없다.

8. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$$

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 8 개

⑤ 16 개

해설

$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cup X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 는 $X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 와 같고,

$\{2, 4\} \cap X = \{2, 4\}$ 는 $\{2, 4\} \subset X$ 와 같다.

즉, X 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

따라서 X 의 개수는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소 2, 4 를 제외한 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

9. 미진이네 반 학생들은 백일장에서 수필 또는 시를 써서 제출하였다. 미진이네 반 46 명의 학생 중에서 수필을 쓴 학생이 26 명, 시를 써서 제출한 학생이 19 명, 백일장에 참석하지 못한 학생이 4 명이다. 수필과 시를 모두 같이 제출한 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 3 명

해설

수필을 쓴 학생을 집합 A 라 하고, 시를 써서 제출한 학생을 집합 B 라 한다.

백일장에 참석하지 못하여 시나 수필을 쓰지 못한 학생이 4 명
이므로 합집합의 원소의 개수는 $46 - 4 = 42(\text{개})$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$42 = 26 + 19 - x$$

$$x = 3$$

10. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B^C = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$, $B - A = \{8, 10\}$, $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것은?

① 2

② 3

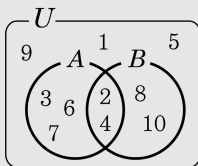
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면



$$\therefore A = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

[별해] $(A \cup B)^C = \{1, 5, 9\}$ 이므로

$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$ 이다.

$$A = (A \cup B) - (B - A) = \{2, 3, 4, 6, 7\}$$

11. 명제 ' $|x - 3| < a$ 이면 $1 < x < 7$ 이다.'가 참이 되기 위한 양수 a 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$-a < x - 3 < a \Rightarrow 3 - a < x < 3 + a$$

$$\{x | 3 - a < x < 3 + a\} \subset \{x | 1 < x < 7\}$$

$\therefore 1 \leq 3 - a$ 과 $3 + a \leq 7$ 을 동시에 만족해야 한다.

$$\therefore a \leq 2$$

12. 다음 보기의 명제 중 ‘역’과 ‘대우’가 모두 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.

㉡ 실수 x, y 에 대하여 $x + y > 2$ 이면 $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이고, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이므로 명제와 그 역이 모두 참이다. 따라서 역과 대우 모두 참이다.

㉡ 역 ‘ $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이면 $x + y > 2$ ’에서 $x = 2, y = -3$ 일 때 $2 - 3 < 2$ 이므로 거짓이다. 대우 ‘ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 2$ ’는 참이다.

㉢ 역 ‘ $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이면 $\angle A = \angle B$ ’는 $\angle A = \angle C$ 또는 $\angle B = \angle C$ 일 때도 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 거짓이다. 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다. 따라서 역과 대우가 모두 참인 것은 ㉠뿐이다.

13. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p, q 는 각각 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.



답 :

조건



정답 : 충분조건

해설

p 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow r$

q 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow r$

s 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow s$

q 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow q$

따라서, $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$

$\therefore p \Rightarrow q$

그러나 $q \Rightarrow p$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

14. 실수 x, y 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $x > y$ 이면, $x^2 > y^2$ 이다.

㉡ $x^2 + y^2 \geq xy$

㉢ $x > y$ 이면 $x^3 > y^3$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠. (반례) $x = 2, y = -3$ 일 때, $4 < 9 \quad \therefore$ 거짓

㉡. $x^2 + y^2 - xy = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0$

$\therefore x^2 + y^2 \geq xy$

$\therefore$ 참

㉢. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

$x - y > 0, x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 > 0$

$\therefore x^3 - y^3 > 0, x^3 > y^3$

$\therefore$ 참

15. $x > 2$ 일 때, $x - 2 + \frac{4}{x - 2}$ 의 최솟값은?

① 0

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

산술 기하평균의 관계에서

$$(x - 2) + \frac{4}{(x - 2)} \geq 2 \sqrt{(x - 2) \frac{4}{(x - 2)}}$$

$$= 2\sqrt{4} = 4$$

∴ 최솟값 : 4

16. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & (x \text{가 유리수}) \\ 2x & (x \text{가 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때,}$$

$f(x) - f(x-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(i) x 가 유리수일 때, $x-1$ 도 유리수이므로

$$\begin{aligned} f(x) - f(x-1) &= 2x - 1 - \{2(x-1) - 1\} \\ &= 2x - 1 - (2x - 3) = 2 \end{aligned}$$

(ii) x 가 무리수일 때, $x-1$ 도 무리수이므로

$$f(x) - f(x-1) = 2x - 2(x-1) = 2$$

따라서 (i), (ii)에서 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) - f(x-1) = 2$$

18. $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 할 때, X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수와 X 에서 Y 로 대응되는 일대일 함수의 개수를 더한 값은?

① 87

② 88

③ 105

④ 144

⑤ 267

해설

함수 a, b, c 모두 선택 가능한 개수는 4 가지 이다.

그리고 각각을 선택하는 사건은 동시에 일어나는 것이다.

$$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ 가지}$$

일대일 함수 : $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이므로

a 가 선택 가능한 개수 : 4

b 가 선택 가능한 개수 : 3

c 가 선택 가능한 개수 : 2

이 경우 역시 각각의 사건 모두 동시에 일어난다.

$$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ 가지}$$

$$\therefore 64 + 24 = 88$$

19. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1) + 1 = x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ &= (x+1) + 2 = x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ &= (x+1) + 3 = x+4 \end{aligned}$$

...

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$

20. 다음 보기 중에서 역함수를 갖는 것을 모두 찾아라.

보기

㉠ $y = x - 2$

㉡ $y = |x - 2|$

㉢ $y = x^2 - 2$

㉣ $y = x^3 - 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $y = x$ 는 일대일 대응인 함수이므로
역함수를 갖는다.

㉡ $y = |x - 2|$ 에서 $y = 1$ 이면
 $x = -1, 3$ 이므로 일대일 대응이 아니다.
따라서 주어진 함수는 역함수를 갖지 않는다.

㉢ $y = x^2 - 2$ 에서 $y = 2$ 이면
 $x = \pm 2$ 이므로 일대일 대응이 아니다.
따라서 주어진 함수는 역함수를 갖지 않는다.

㉣ $y = x^3 - 2$ 는 일대일 대응이므로
역함수를 갖는다.

이 함수가 일대일 대응임을 다음과 같이 보일 수 있다.

$f(x) = x^3 - 2$ 라고 하자.

㉠ $x_1 \neq x_2$ 일 때,

$$f(x_1) - f(x_2) = (x_1^3 - 2) - (x_2^3 - 2) = x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$f(x_1) \neq f(x_2)$$

㉣ $y = f(x)$ 의 치역은 실수전체이다.

21. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 이고, $f : A \rightarrow A$ 인 함수 f 가 역함수 f^{-1} 를 가질 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(2) + f^{-1}(3) + f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

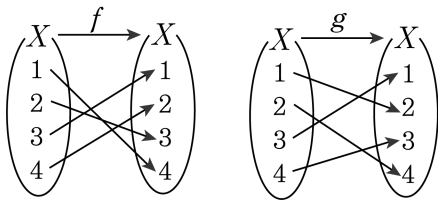
해설

함수 f 는 역함수를 가지므로
일대일 대응이 된다.

따라서 $f^{-1}(1) + f^{-1}(2) + f^{-1}(3) + f^{-1}(4)$ 은
정의역의 원소 합과 같으므로

$$\begin{aligned} \therefore f^{-1}(1) + f^{-1}(2) + f^{-1}(3) + f^{-1}(4) \\ = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \end{aligned}$$

22. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

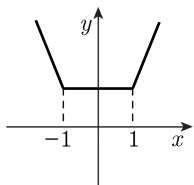
함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$

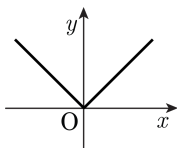
$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(4) = 3$

23. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?

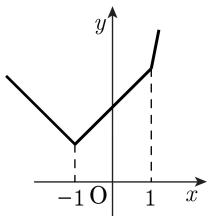
①



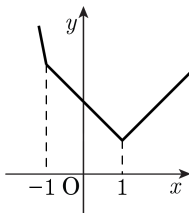
②



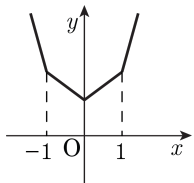
③



④



⑤



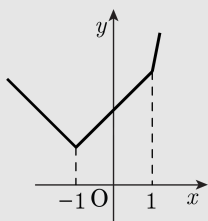
해설

$$\begin{aligned} \text{i) } x \leq -1 \text{ 일 때, } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x - (x + 1) \\ &= -x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } -1 < x \leq 1 \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x + (x + 1) \\ &= x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 1 < x \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= (x - 1) + x + (x + 1) \\ &= 3x \end{aligned}$$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는



24. 두 양수 m, n 에 대하여 $\frac{ma + nb}{m + n} = \frac{mb + nc}{m + n} = \frac{mc + na}{m + n} = 10$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned}\frac{ma + nb}{m + n} &= \frac{mb + nc}{m + n} = \frac{mc + na}{m + n} \\&= \frac{(ma + nb) + (mb + nc) + (mc + na)}{(m + n) + (m + n) + (m + n)} \\&= \frac{m(a + b + c) + n(a + b + c)}{3(m + n)} \\&= \frac{(m + n)(a + b + c)}{3(m + n)} = \frac{a + b + c}{3}\end{aligned}$$

따라서, $\frac{a + b + c}{3} = 10$ 이므로

$$a + b + c = 30$$

25. 다음 분수식 $\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x^2 + 1}{x^2 x^2}$
④ $\frac{x^2 + 1}{x}$

② $\frac{x^2 - 1}{x^2 x^2}$
⑤ $\frac{x^2 - 1}{x}$

③ $\frac{x^2 + x + 1}{x}$

해설

$$\frac{x^2}{x - \frac{1}{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2}{x - \frac{x}{x^2 + 1}} = \frac{x^2}{\frac{x^3}{x^2 + 1}} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

26. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{25}{9}$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 8

④ 16

⑤ 34

해설

$$\begin{aligned} \frac{25}{9} &= 2 + \frac{7}{9} = 2 + \frac{1}{\frac{9}{7}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} \\ &= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 1, c = 3, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 8$$

27. $a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3}$ 일 때, $\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$ 의 값은? (단, $a^2+b^2+c^2 \neq 0$)

① $\frac{5}{6}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ 3

해설

$$a+b = \frac{b+c}{2} = \frac{c+a}{3} = k \text{라 두면}$$

$$a+b = k, \quad b+c = 2k, \quad c+a = 3k$$

$$a+b+c = 3k$$

$$a = k, \quad b = 0, \quad c = 2k$$

$$\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2} = \frac{2k^2}{5k^2} = \frac{2}{5}$$

28. A, B 두 학교의 남녀 학생들이 함께 치른 수학 시험의 평균이 아래 표와 같을 때, A, B 두 학교 전체의 여학생의 평균은?

구분	A학교	B학교	A,B전체
남학생	71	81	79
여학생	76	90	?
전체	74	84	

① 81

② 82

③ 83

④ 84

⑤ 85

해설

A 학교의 남녀 학생 수를 각각 b, g

B 학교의 남녀 학생 수를 각각 B, G 라 하자.

$$\frac{71b + 76g}{b + g} = 74, \frac{81B + 90G}{B + G} = 84,$$

$$\frac{71b + 81B}{b + B} = 79$$

$$g = 1.5b, G = 0.5B, B = 4b$$

따라서 구하는 평균은

$$\begin{aligned} \frac{76g + 90G}{g + G} &= \frac{76(1.5b) + 90(2b)}{1.5b + 2b} \\ &= \frac{114 + 180}{3.5} = 84 \end{aligned}$$

29. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33 \end{aligned}$$

30. 분수함수 $y = \frac{x+k-1}{x-1}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
- ② $(1, 1)$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 $(1, 1)$ 에 가까워진다.
- ④ 점근선은 $x = 1, y = 1$ 이다.
- ⑤ $y = -x + 2$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 1$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 $(1, 1)$ 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 커질 수록 $(1, 1)$ 에 멀어진다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 $(1, 1)$ 을 지나는 직선에 대칭이다.

31. 함수 $f(x) = \frac{ax}{2x+3}$ 는 그 정의역과 치역이 같다고 한다. a 의 값은?
(단, $x \neq -\frac{3}{2}$)

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{ax}{2x+3} = \frac{a}{2} + \frac{-\frac{3}{2}a}{2x+3} \text{ 이므로 치역은}$$

$y \neq \frac{a}{2}$ 인 실수이다.

$$\therefore \frac{a}{2} = -\frac{3}{2}, \text{ 곧 } a = -3$$

32. 두 집합 $A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{2x+4}{x+1}, 0 \leq x \leq 1 \right\}$, $B =$

$\{(x, y) \mid y = m(x+2)\}$ 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이 성립하는 상수 m 의 값의 범위는?

① $-1 \leq m < 2$

② $m \leq 0, m \geq 2$

③ $1 \leq m \leq 2$

④ $-1 \leq m \leq 1$

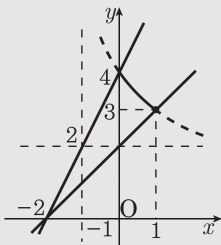
⑤ $m < 1, m \geq 3$

해설

$$y = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1}$$

$$= \frac{2}{x+1} + 2 \text{ 이므로}$$

집합 A 가 나타내는 영역은 그림과 같다.



$y = m(x+2)$ 에서 집합 B 는

점 $(-2, 0)$ 을 지나는 직선들의 모임이다.

이때, $A \cap B \neq \emptyset$ 이려면

두 집합이 나타내는 그래프가 만나야 하므로

직선 $y = m(x+2)$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지날 때와

점 $(0, 4)$ 를 지날 때 사이에 존재해야 한다.

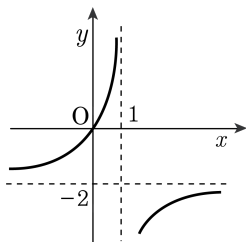
따라서, 구하는 m 의 범위는

$$\frac{3-0}{1-(-2)} \leq m \leq \frac{4-0}{0-(-2)}$$

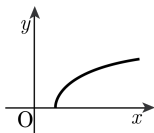
$$\therefore 1 \leq m \leq 2$$

33.

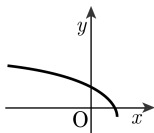
함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



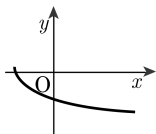
①



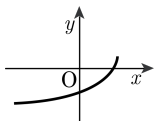
②



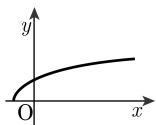
③



④



⑤



해설

점근선이 $x=1$, $y=-2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=0$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.