

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

㉠ $1 \in A$	㉡ $3 \in A$
㉢ $4 \notin A$	㉣ $12 \in A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설
5의 약수는 1, 5이다.

3. 집합 $\{2, 4, 6, 8\}$ 을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

- ① $\{x|x \text{는 짝수}\}$
② $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$
③ $\{x|x \text{는 } 9 \text{ 이하의 짝수}\}$
④ $\{x|x \text{는 } 8 \text{ 미만의 짝수}\}$
⑤ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 미만의 } 2\text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
② $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
③ $\{2, 4, 6, 8\}$
④ $\{2, 4, 6\}$
⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B - A$ 로 옳은 것은?

① $\{1, 6\}$

② $\{1, 2, 6\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\emptyset$

해설

$A \supset B$ 이므로 $B - A = \emptyset$ 이다.

5. 명제 ‘ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다’의 대우는?

- ① x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수이다.
- ② x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수가 아니다.
- ③ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ④ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ⑤ x 가 2의 배수가 아니면 x 는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$

6. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?
- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

7. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$
- ② $P \cap Q = \emptyset$
- ③ $Q \subset P$
- ④ $P \subset Q$
- ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

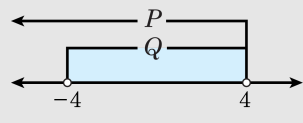
8. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

9. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ① $A > B$
- ② $A < B$
- ③ $A \geq B$
- ④ $A \leq B$
- ⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

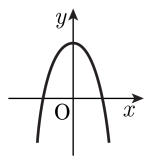
제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

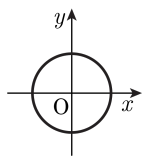
따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

10. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

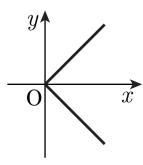
①



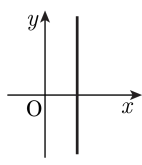
②



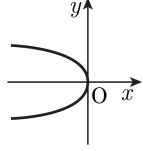
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

11. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$ 이면
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$ 이다.
위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
 $f(x) = 1$ 은 부적당
 $\therefore f(0) = 0$

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

13. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음

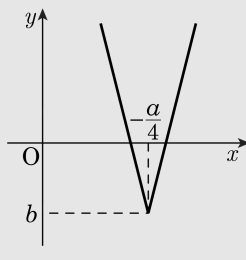
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



14. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a$, $y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

15. $n(\varnothing) + n(\{0\}) + n(\{\varnothing\})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$n(\varnothing) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\varnothing\}) = 1$$

$$n(\varnothing) + n(\{0\}) + n(\{\varnothing\}) = 2$$

16. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B \subset (B \cap A)$

② $B \subset A$

③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

$B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

17. 실수 x 에 대하여 $|x-1| < a$ 가 $-2 < x < 6$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$|x-1| < a \rightarrow -a+1 < x < a+1, -a+1 < x < a+1$ 이 $-2 < x < 6$ 범위 안에 포함되어야 한다.
 $-2 \leq -a+1 \rightarrow a \leq 3, a+1 \leq 6 \rightarrow a \leq 5 \therefore a \leq 3$

18. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

19. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4}-3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4}-3$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

20. x 에 대한 방정식 $\sqrt{2x} = m(x+1)$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 상수 m 의 값의 범위는 $\alpha < m < \beta$ 이다. 이때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ 2

해설

방정식 $\sqrt{2x} = m(x+1)$ 의 해는
두 그래프 $y = \sqrt{2x}$ 와 $y = m(x+1)$ 의 교점의 x 좌표이다.
이때, 직선 $y = m(x+1)$ 은 m 의 값에 관계없이
점 $(-1, 0)$ 을 지난다.
 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 직선 $y = m(x+1)$ 이
서로 다른 두 점에서 만나려면 $m > 0$ 이고,
 m 은 두 그래프가 접할 때의 기울기보다 작아야 한다.
 $\sqrt{2x} = m(x+1)$ 의 양변을 제곱하면
 $2x = m^2(x+1)^2$
 $m^2x^2 + 2(m^2-1)x + m^2 = 0$
이 방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (m^2-1)^2 - m^4 = 0$
 $-2m^2 + 1 = 0, m^2 = \frac{1}{2}$
 $\therefore m = \frac{1}{\sqrt{2}} (\because m > 0)$
따라서, m 의 값의 범위는 $0 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{2}$

21. 실수 전체의 집합 R 의 부분집합 S 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, 옳지 않은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

I. $5 \in S, 7 \in S$
II. $p \in S, q \in S$ 이면 $p + q \in S$

- ① $5n \in S$

② $7n \in S$

③ $12n + 1 \in S$
- ④ $12n + 2 \in S$

⑤ $17n + 3 \in S$

해설

① $p = q = 5$ 이면 $p + q = 5 \times 2 \in S$
 $p = 5 \times 2, q = 5$ 이면 $p + q = 5 \times 3 \in S$
이와 같이 계속하면 $5n \in S$
② ①과 같은 방법으로 $7n \in S$
③ S 를 작은 수부터 차례로 써 보면
 $S = \{5, 7, 10, 12, 14, \dots\}$ 이므로
 $13 \notin S \leftarrow 13 = 12 \times 1 + 1$
④ $12n + 2 = 5n + 7n + 7 - 5 = 5(n - 1) + 7(n + 1)$ 이므로
①, ②에 의해서 $12n + 2 \in S$
⑤ $17n + 3 = 10n + 7n + 10 - 7$
 $= 5(2n + 2) + 7(n - 1) \in S$

22. 두 집합 $A = \{4, 7, a+1, 2a-2\}$, $B = \{3, a+2, b, 9\}$ 에 대하여 $A-B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A-B = \{4, 6\}$ 이므로
 $4 \in A, 6 \in A$ 이고 $4 \notin B, 6 \notin B, 7 \in B$
 $a+1=6$ 또는 $2a-2=6$
(i) $a+1=6$ 일 때, $a=5$
 $A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, b, 9\}$
 $A-B = \{4, 6\}$ 이려면 $b=8$
(ii) $2a-2=6$ 일 때, $a=4$
 $A = \{4, 5, 6, 7\}, B = \{3, 6, b, 9\}$
 $6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$
 $\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, 8, 9\}$
 $A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 를 만족할 때, 다음 중 $(A \Delta B) \Delta A$ 와 같은 것은 ?

- ① A
- ② B
- ③ $A \cup B$
- ④ $A \cap B$
- ⑤ $A \cap B^c$

해설

$A \Delta B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
 $\therefore (A \Delta B) \Delta A = [(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)]$
벤 다이어그램으로 설명하면 다음과 같다.



$[(A \Delta B) - A] \cup [A - (A \Delta B)] = B$

24. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 3$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여

$f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$ 를 만족시킨다. 이 때, $f(1998)$ 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{1+f(1)}{1-f(1)} \\ &= \frac{1+3}{1-3} = -2 \\ f(3) &= \frac{1+f(2)}{1-f(2)} \\ &= \frac{1-2}{1+2} = -\frac{1}{3} \\ f(4) &= \frac{1+f(3)}{1-f(3)} \\ &= \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \\ f(5) &= \frac{1+f(4)}{1-f(4)} \\ &= \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 3 \\ f(5) &= f(1) = 3 \text{ 이므로} \\ f(6) &= f(2) = -2, f(7) = f(3) = -\frac{1}{3} \\ f(8) &= f(4) = \frac{1}{2}, f(9) = f(5) = f(1) = 3, \cdots \end{aligned}$$

이와 같이 $f(n)$ (n 은 자연수) 은

$3, -2, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ 이 반복됨을 알 수 있다.

$\therefore f(4n+k) = f(k)$
(단, n 은 0 이상의 정수, $k = 0, 1, 2, 3$)

그러므로 $f(1998) = f(4 \times 499 + 2) = f(2) = -2$

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g 가 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$ 의 값은?(단, $a \neq 0$)

- ① 60
- ② 55
- ③ 51
- ④ 48
- ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = a(2x^2 + 3x + 1) + b \\ &= 2ax^2 + 3ax + a + b \cdots \cdots \textcircled{1} \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = 2(ax + b)^2 + 3(ax + b) + 1 \\ &= 2a^2x^2 + (4ab + 3a)x + 2b^2 + 3b + 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ \text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } \textcircled{1} &= \textcircled{2} \text{이므로} \\ 2a &= 2a^2, \quad 3a = 4ab + 3a, \quad a + b = 2b^2 + 3b + 1 \\ \text{위의 식을 연립하여 풀면 } a &= 1, \quad b = 0 (\because a \neq 0) \\ \text{즉, } f(x) &= x \text{이므로} \\ f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10) \\ &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55\end{aligned}$$