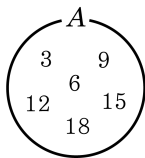


1. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

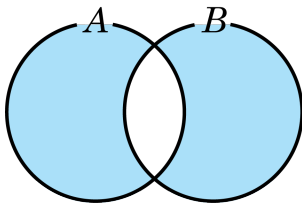


- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면
 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{d, e, f\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $\{a, b\}$

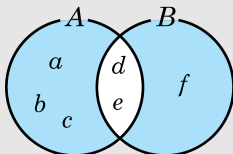
② $\{b, c\}$

③ $\{a, c, f\}$

④ $\{a, d, f\}$

⑤ $\{a, b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, b, c, f\}$ 이다.

3. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

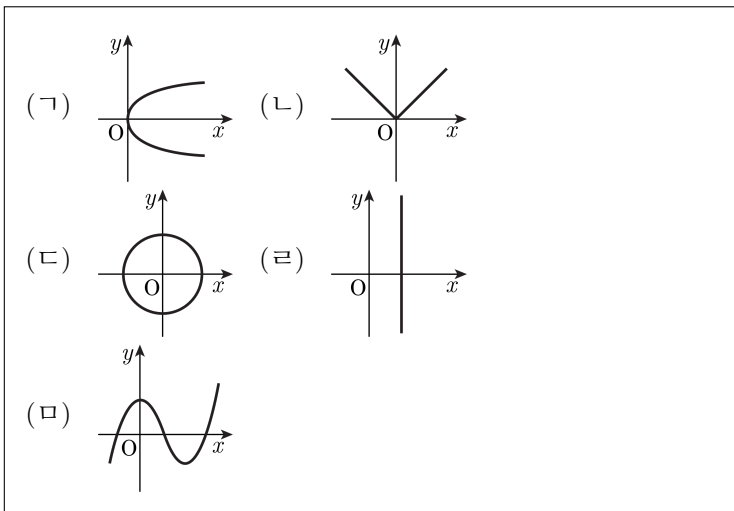
$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b) \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2 \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}} \\ &= 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

4. 다음의 곡선 중 $f: x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



① (ㄴ), (ㄷ)

② (ㄴ), (ㄹ)

③ (ㄴ), (ㅁ)

④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

(ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.

(ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.

(ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.

(ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

5. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

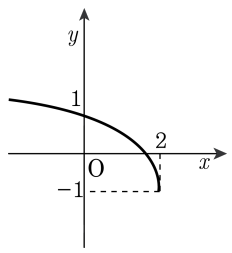
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

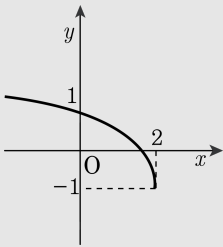
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



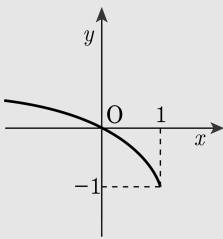
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

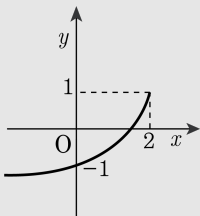
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



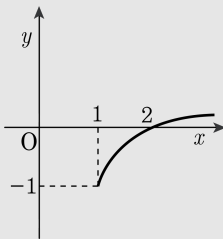
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



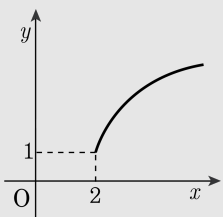
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



6. 다음 중 무한집합인 것은?

① $\{a, b\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{12\}$: 유한집합

④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

7. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, \{1, 3\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $1 \in A$

④ $\{1, 3\} \in A$

⑤ $\{1, 3\} \notin A$

해설

$\{1, 3\}$ 은 부분집합도 되고 원소도 된다.

8. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

① $\emptyset$

② $\{0, 1\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{2, 3, 4, 5\}$

⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)

$x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)

$x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)

$x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)

따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

9. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

10. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

11. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

① 15개

② 60개

③ 120개

④ 125개

⑤ 243개

해설

「 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 」는
일대일 함수를 의미한다.

즉, $X = \{1, 2, 3\}$ 이고

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로

일대일 함수는 $5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$

12. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.

$$\therefore 4^3 = 64$$

$$\therefore a + b = 64$$

13. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

14. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

15. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{10-2-7} = 2^1 = 2(\text{개})$$

16. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 5, 8, 9, 10\}$ 일 때, $\{(B - A) \cup B\} \cap A^c$ 은?

① $\{8\}$

② $\{9\}$

③ $\{8, 9\}$

④ $\{9, 10\}$

⑤ $\{8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B - A = \{8, 9, 10\}$ 이므로

$\{(B - A) \cup B\} \cap A^c = \{\{8, 9, 10\} \cup B\} - A = \{3, 5, 8, 9, 10\} - \{1, 3, 5, 7\} = \{8, 9, 10\}$ 이다.

17. 미영이네 반 학생 38 명은 국어, 수학 문제를 푸는데 국어 문제를 푼 학생이 20 명, 수학 문제를 푼 학생이 25 명, 두 문제를 모두 풀지 못한 학생이 5 명이 있다. 국어 문제만 푼 학생을 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8명

해설

미영이네 반 학생의 집합을 U ,
국어 문제를 푼 학생 수의 집합을 A ,
수학 문제를 푼 학생 수의 집합을 B 라 할 때,
 $n(U) = 38, n(A) = 20, n(B) = 25$
 $n(A \cup B) = 38 - 5 = 33$ 이다.
 $n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 33 - 25 = 8$ 이다.

18. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

19. 함수 $y = \frac{ax+1}{-x+b}$ 의 그래프의 점근선이 $x=2, y=-1$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{ax+1}{-(x-b)} \text{ 의 점근선이 } x=2, y=-1 \text{ 이므로}$$

$$b=2 \text{ 이고}$$

$$y = \frac{a(x-2)+2a+1}{-(x-2)} = \frac{2a+1}{-(x-2)} - a \text{ 에서}$$

$$-a = -1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a+b = 1+2 = 3$$

20. 함수 $y = \frac{a}{x-p} + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a + p + q$ 의 값은?

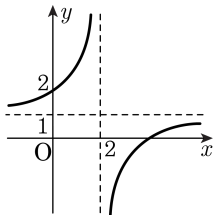
① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3



해설

$$y = \frac{a}{x-2} + 1 \text{ 에서 } f(0) = 2 \text{ 이므로 } 2 = \frac{a}{-2} + 1$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 2 + 1 = 1$$

21. 세 집합 $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1, n \text{은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 20미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 18의 약수}\}$ 에 대하여 $B \cup (C \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 87

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1, \dots\} = \{1, 3, 5, \dots\}$ 즉 홀수의 집합과 일치한다.

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이다.

먼저 C 와 A 의 교집합을 구하면 $\{1, 3, 9\}$ 이다.

$$B \cup (C \cap A) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$$

따라서 모든 원소의 합을 구하면 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 17 + 19 = 87$

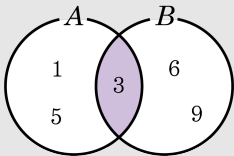
22. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

23. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

① $A \cap A^c = \emptyset$

② $(B^c)^c = B \neq A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

24. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)

① $p : a > 3, q : a^2 > 9$

② $p : a^2 = ab, q : a = b$

③ $p : |a| < |b|, q : a < b$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$

⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

① 충분조건

③ 아무런 조건관계가 아니다.

④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.

⑤ 필요충분조건

25. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

$$(i) f(2x) = f(x) \quad (x = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(ii) f(2x + 1) = 2^x \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$1280 = 2^8 \cdot 5$ 이므로,

$$f(2^8 \cdot 5) = f(2^7 \cdot 5) = f(2^6 \cdot 5) = \dots = f(5)$$

$$= f(2 \cdot 2 + 1) \text{이므로,}$$

$$f(2 \cdot 2 + 1) = 2^2 = 4$$