

1. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

- ① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

∴ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

2. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

3. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

4. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1) Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

5. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $A \ominus B$ 와 $A \otimes B$ 을 다음과 같이 정의하기로 한다.
- $A \ominus B = A - 3B, A \otimes B = (A + B)B$
 $P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때,
 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 x, y 에 관한 다항식으로 나타내면?
- ① $x^4y^2 + xy^5$ ② $x^4y^2 - xy^5$ ③ $x^3y^2 - xy^4$
④ $x^3y^2 + xy^4$ ⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

7. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

8. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

9. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

11. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

12. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

13. $n^4 - 6n^2 + 25$ 의 값이 소수가 되게 하는 정수 n 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 없다

⑤ 무수히 많다

해설

$$\begin{aligned} p &= n^4 - 6n^2 + 25 \\ &= n^4 + 10n^2 + 25 - 16n^2 \\ &= (n^2 + 5)^2 - (4n)^2 \\ &= (n^2 + 4n + 5)(n^2 - 4n + 5) \end{aligned}$$
 p 가 소수이므로 $n^2 + 4n + 5 = 1$
또는 $n^2 - 4n + 5 = 1$ 이어야 한다.
 $n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2 = 0$ 에서 $n = -2$
 $n^2 - 4n + 4 = (n - 2)^2 = 0$ 에서 $n = 2$
따라서 구하는 n 은 두 개이다.

14. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

15. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ 을 인수분해 했을 때 인수가 아닌 것은?
- ① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $(x - 1)^2$

⑤ $(x + 1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	1	-3	-1	2
		1	2	-1	-2
1	1	2	-1	-2	0
		1	3	2	
-1	1	3	2	0	
		-1	-2		
-2	1	2	0		
		-2			
	1	0			

$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$

16. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$\begin{aligned} a^3 + 3a^2 + 3a + 1 &= (a + 1)^3 \\ \therefore N &= 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1 \\ &= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6 \\ \therefore \text{약수의 개수} &= (6 + 1) \times (6 + 1) = 49 \end{aligned}$$

17. $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 임을 이용하여 $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

18. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

19. $a(a+1)=1$ 일 때, $\frac{a^4-a^2}{a^6-1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1)=1 \text{ 에서}$$

$$a^2=-a+1$$

$$a^4=(-a+1)^2=a^2-2a+1$$

$$=(-a+1)-2a+1=-3a+2$$

$$a^6=a^4 \times a^2=(-3a+2)(-a+1)$$

$$=3a^2-5a+2=3(-a+1)-5a+2$$

$$=-8a+5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4-a^2}{a^6-1} &= \frac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1} \\ &= \frac{-2a+1}{-8a+4} = \frac{-2a+1}{4(-2a+1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 $[a, b] = a^2 - b^2$ 라 할 때, $[x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1]$ 을 인수분해하면 $(x-a)(x^3+x^2+bx+c)$ 이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & [x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1] \\ &= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1 \\ &= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10 \\ &= x^4 + 3x^2 + 6x - 10 \\ &= (x-1)(x^3 + x^2 + 4x + 10) \\ &= (x-a)(x^3 + x^2 + bx + c) \end{aligned}$$

따라서, $a = 1, b = 4, c = 10$ 이므로
 $a + b + c = 15$