1. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$

④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

2. $(x-2y-3z)^2$ 을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

3. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,

$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로

$\therefore\ 2^5 = 32$

4. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$가 일차식 $x-1$로 나누어 떨어 지도록 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x-1)Q(x)$

$f(1) = -4 + k + 1 = 0$

$\therefore\ k = 3$

5. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B,\ A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　② $x^4y^2 - xy^5$　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

6. 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$의 값은?

① -6　② -4　③ -2　④ 2　⑤ 4

해설

양변에 $x=0$을 대입하면, $-2=2a$　$\therefore\ a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면, $-3=-b$　$\therefore\ b=3$
$\therefore\ 2ab=-6$

7. 다항식 $x^3 + ax + b$가 다항식 $x^2 - x + 1$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2 = x - 1$을 대입하면
$ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a = 0,\ b - 1 = 0$
$\therefore\ a = 0,\ b = 1$
$\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
$= (x^2 - x + 1)Q(x)$
$= (x^2 - x + 1)(x + b)$
$\therefore\ b = 1,\ a = 0$

8. 다항식 x^4-3x^2+ax+7을 $x+2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x)=x^4-3x^2+ax+7$

$f(x)=(x+2)Q(x)+5$

$\therefore\ f(-2)=5$

$f(-2)=16-12-2a+7=5$

$\therefore\ a=3$

9. x^3-2x^2+a 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$

$\therefore \ a = 45$

10. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1$, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2$, $f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

11. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$
\begin{aligned}
x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4)\\
&= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)
\end{aligned}
$$

12. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && \text{(분배)}\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) && \text{(분배)}\\ &= x^2+(3x+2x)+6 && \text{(결합)}\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

13. n^4-6n^2+25 의 값이 소수가 되게 하는 정수 n 의 개수는?

① 1 개　　② 2 개　　③ 4 개

④ 없다　　⑤ 무수히 많다

해설

$$\begin{aligned} p &= n^4-6n^2+25 \\ &= n^4+10n^2+25-16n^2 \\ &= (n^2+5)^2-(4n)^2 \\ &= (n^2+4n+5)(n^2-4n+5) \end{aligned}$$

p 가 소수이므로 $n^2+4n+5=1$

또는 $n^2-4n+5=1$ 이어야 한다.

$n^2+4n+4=(n+2)^2=0$ 에서 $n=-2$

$n^2-4n+4=(n-2)^2=0$ 에서 $n=2$

따라서 구하는 n 은 두 개이다.

14. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$$
$$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$$
$$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$$
$$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$$
$$=(x-y+2)(2x+3y+1)$$
$$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$$

15. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$을 인수분해 했을 때 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x + 2$

④ $(x-1)^2$ ⑤ $(x+1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	1	-3	-1	2
		1	2	-1	-2
1	1	2	-1	-2	0
		1	3	2	
-1	1	3	2	0	
		-1	-2		
-2	1	2	0		
		-2			
	1	0			

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x-1)^2(x+1)(x+2)$$

16. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 49 개

해설

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a+1)^3$

$\therefore \ N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$

$= (35+1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$

$\therefore$ 약수의 개수 $= (6+1) \times (6+1) = 49$

17. $2^{16}-1$은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$을 인수분해하면
$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$
$=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\cdot17\cdot5\cdot3$
따라서 $2^{16}-1$을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수
즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

18. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식}) = \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$

$$= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$

$$= x+1$$

$$= 2006$$

19. $a(a+1)=1$일 때, $\dfrac{a^4-a^2}{a^6-1}$의 값은?

① 1　② $\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{1}{3}$　④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

해설

$a(a+1)=1$에서

$a^2=-a+1$

$$\begin{aligned} a^4 &= (-a+1)^2 = a^2-2a+1 \\ &= (-a+1)-2a+1 = -3a+2 \\ a^6 &= a^4 \times a^2 = (-3a+2)(-a+1) \\ &= 3a^2-5a+2 = 3(-a+1)-5a+2 \\ &= -8a+5 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a^4-a^2}{a^6-1} = \frac{-3a+2-(-a+1)}{-8a+5-1} = \frac{-2a+1}{-8a+4} = \frac{-2a+1}{4(-2a+1)} = \frac{1}{4}$$

20. 두 실수 a, b에 대하여 $[a,\ b] = a^2 - b^2$라 할 때, $[x^2,\ x-1] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1]$을 인수분해하면 $(x-a)(x^3+x^2+bx+c)$이다. 이 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$[x^2,\ x-1] + [2x+1,\ 3] + [0,\ 1]$

$= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1$

$= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10$

$= x^4 + 3x^2 + 6x - 10$

$= (x-1)(x^3+x^2+4x+10)$

$= (x-a)(x^3+x^2+bx+c)$

따라서, $a=1,\ b=4,\ c=10$이므로

$a+b+c=15$