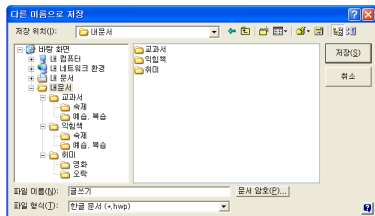


1. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다.

다음 그림에서 숙제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



① 부분집합

② 진부분집합

③ 서로 같은 집합

④ 속하는 집합

⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A$, $X \neq A$ 이므로 $X =$ (숙제), $A =$ (내문서) 라 하면 $X \subset A$, $X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

2. 두 집합 $\{5, 6, 8\}$, $\{8, a+2, 5\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 집합이 서로 같으려면 $a+2=6$ 이어야 하므로 $a=4$

3. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 9\}$

해설

$$B = \{1, 3, 9\} \text{ 이므로 } A \cap B = \{1, 3, 9\}$$

4. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은?

① $\{3, 5, 6, 7\}$

② $\{2, 4, 6, 8\}$

③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A^c = U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$$

5. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 4, 7\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 의 모든 원소의 총합은?

① 3

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B,$$

$$A \cap B = \{1, 7\}$$

$$\therefore 1 + 7 = 8$$

6. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$f(x) = (x-1)(x+2)$ 에서

$f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$ 이고

$f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$ 이다.

$\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

7. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \notin A$

② $4 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$

⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

8. 다음을 계산하여라.

$$n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\emptyset) + n(\{0, 1, 2\})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$n(\{1, 2\}) = 2, n(\{0\}) = 1, n(\emptyset) = 0,$$

$$n(\{0, 1, 2\}) = 3$$

$$n(\{1, 2\}) + n(\{0\}) + n(\emptyset) + n(\{0, 1, 2\}) = 6$$

9. 두 집합 A, B 에 관하여 $n(A \cap B) = 2, n(B) = 6, n(A \cup B) = 9$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} n(A) &= n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(B) \\ &= 9 + 2 - 6 = 5 \end{aligned}$$

$$\therefore n(A) = 5$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 25, n(B) = 23, n(A - B) = 15$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $n(A \cap B^c) = 15$

② $n(A \cap B) = 10$

③ $n((A \cup B)^c) = 5$

④ $n(A^c) = 15$

⑤ $n(B - A) = 13$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 23 - 10 = 38$ 이므로

③ $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 38 = 2$ 이다.

11. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\Leftrightarrow (Q^c)^c \subset P^c$$

$$\Leftrightarrow Q \subset P^c$$

12. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

13. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

a, b, x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$5 \times 3 \geq (ax + by)^2$$

$$\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$$

따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.

14. 다음 중 함수가 아닌 것을 고르면?

① $2y = x - 1$

② $y = -x^2 - 8$

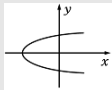
③ $y = 5$

④ $x = y^2 - 4$

⑤ $y = 3|x| - 1$

해설

함수는 하나의 x 값에 두 개 이상의 y 값이 대응될 수 없다.



④ : $x = y^2 - 4$

15. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$

16. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$$y = x^2 - 2x \text{에서 } x^2 - 2x + 1 = y + 1$$

$$(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1} \quad (\because x \geq 1)$$

$$\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 쓰면 } y = \sqrt{x+1} + 1$$

이 때, 원래의 함수

$$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad (x \geq 1) \text{의 치역}$$

$\{y|y \geq -1\}$ 이

역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로
구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

17. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① 4

② 3

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

f^{-1} 이므로 $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$ 따라서 $k = -1$

18. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{ 이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

19. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

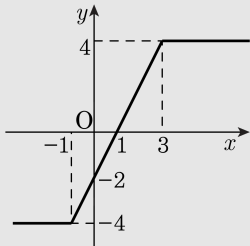
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



20. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{b\}$

② $\{d\}$

③ $\{b, d\}$

④ $\{b, c, d\}$

⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}$, $B - A = \{c\}$, $A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

21. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p: -1 < x < 4$, $q: a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0

② 2

③ 4

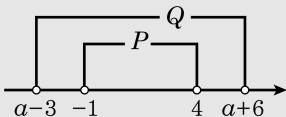
④ 6

⑤ 8

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$

$Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$



이때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 위 수직선에서 $a-3 \leq -1$ 이고 $a+6 \geq 4$ 이다.

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

따라서, a 의 최댓값은 2, 최솟값은 -2 이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

22. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

$$\textcircled{\text{㉠}} q \Rightarrow p$$

$$\textcircled{\text{㉡}} s \Rightarrow r$$

$$\textcircled{\text{㉢}} r \Rightarrow s$$

$$\textcircled{\text{㉤}} p \Rightarrow \sim s$$

$$\textcircled{\text{㉥}} q \Rightarrow \sim p$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \sim r \Rightarrow \sim q$$

$$\textcircled{\text{㉧}} s \Rightarrow \sim p$$

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

$\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}, \textcircled{\text{㉦}}, \textcircled{\text{㉧}}$ 이 참이다.

$p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로

그 각각의 대우도 참이다.

$$\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$$

$$p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s \text{ 이므로}$$

$$\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$$

$$s \Rightarrow q, q \Rightarrow r \text{ 이므로}$$

$$\therefore s \Rightarrow r$$

23. 다음 보기의 안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

㉠ 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 조건이다.

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠ $A \cup C = B \cup C$ $A = B$ <반례> $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

$\therefore$ 필요조건

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$
 $x = y = 0$

$\therefore$ 필요조건 [반례] $x = 1, y = 1$

24. $x > 2$ 일 때, $x - 2 + \frac{4}{x - 2}$ 의 최솟값은?

① 0

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

산술 기하평균의 관계에서

$$(x - 2) + \frac{4}{(x - 2)} \geq 2 \sqrt{(x - 2) \frac{4}{(x - 2)}}$$

$$= 2\sqrt{4} = 4$$

∴ 최솟값 : 4

25. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = 2x + 5$

② $(f \circ g)(x) = 2x + 2$

③ $(f \circ g)(x) = x$

④ $(f \circ g)(x) = -x + 1$

⑤ $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 1) = (2x - 1) + 3 = 2x + 2$$