1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1 ② 1.2 ③ 1.4 ④ 1.6 ⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

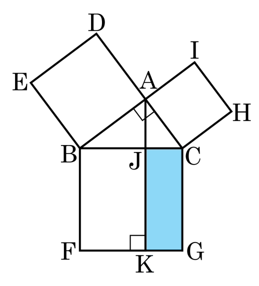
$\frac{7+9+6+7+6}{5}=\frac{35}{5}=7$(점)

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.

따라서 분산은

$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5}=\frac{6}{5}=1.2$

2. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA ② □BFKJ

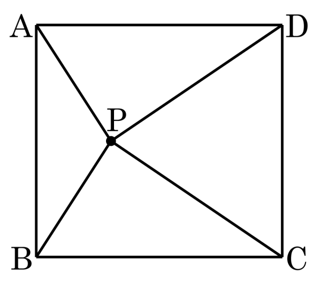
③ □ACHI ④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

3. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4$, $\overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.



① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2 = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

4. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

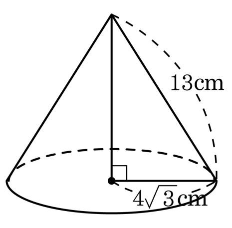
높이를 x라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2} = 3\sqrt{6}$

$x^2 = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이고 모선의 길이가 $13\,\text{cm}$ 인 원뿔의 부피는?



① $44\pi\,\text{cm}^3$　② $88\pi\,\text{cm}^3$

③ $176\pi\,\text{cm}^3$　④ $352\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $528\pi\,\text{cm}^3$

해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{13^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{169-48} = \sqrt{121} = 11(\text{cm})$ 이다.

따라서 $V = \frac{1}{3} \times (4\sqrt{3})^2 \times \pi \times 11 = 176\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

6. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

7. 네 개의 수 5, 8, a, b 의 평균이 4 이고, 분산이 7 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a, b 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$

$\therefore\ a+b=3\cdots㉠$

또, 분산이 7 이므로

$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$

$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$

$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$

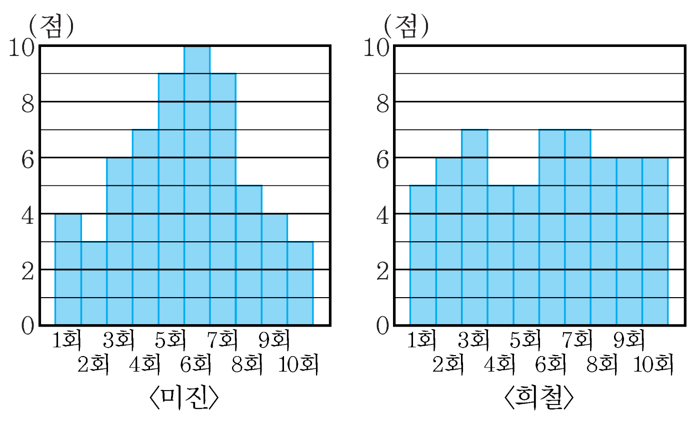
$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

8. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



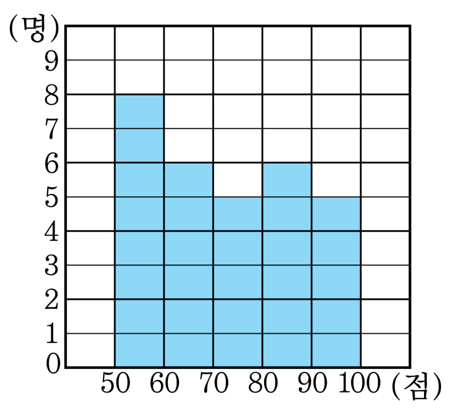
▶ 답 :

▷ 정답 : 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

9. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$　② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균: $\frac{55\times 8+65\times 6+75\times 5+85\times 6}{30}+\frac{95\times 5}{30}=73$

편차: $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산: $\frac{(-18)^2\times 8+(-8)^2\times 6+2^2\times 5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times 5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

10. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20 명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

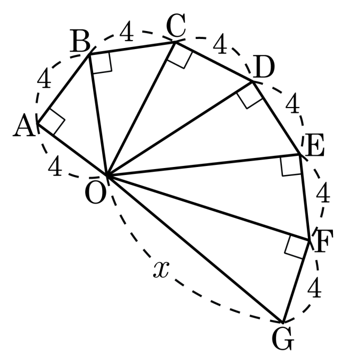
평균: $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차: $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산: $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+$
$\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차: $\sqrt{1.19}$

11. 다음 그림에서 x 의 값으로 적절한 것을 고르면?

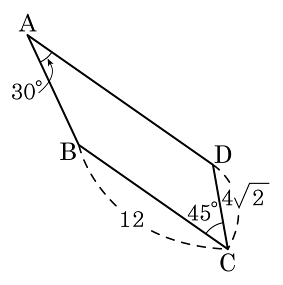


① $4\sqrt{7}$ ② $6\sqrt{7}$ ③ $8\sqrt{7}$ ④ $10\sqrt{7}$ ⑤ $12\sqrt{7}$

해설

$\overline{BO} = 4\sqrt{2},\ \overline{CO} = 4\sqrt{3},\ \overline{DO} = 8$
$\overline{EO} = 4\sqrt{5},\ \overline{FO} = 4\sqrt{6}$
$\therefore x = \overline{GO} = 4\sqrt{7}$

12. 다음 사각형은 $\overline{BC}$ 와 $\overline{AD}$ 가 평행인 사다리꼴이다. 사다리꼴의 넓이는?

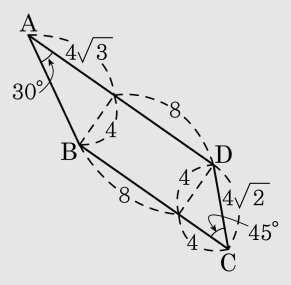


① $30+6\sqrt{3}$　② $30+8\sqrt{3}$　③ $40+6\sqrt{3}$
④ $40+8\sqrt{3}$　⑤ $50+8\sqrt{3}$

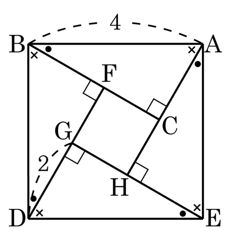
해설

$\overline{AD}=4\sqrt{3}+8$, $\overline{BC}=12$, (높이) $=$ 4

$\therefore$ (넓이) $=(4\sqrt{3}+8+12)\times 4\times\frac{1}{2}=$ $40+8\sqrt{3}$



13. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\mathrm{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\mathrm{cm}$

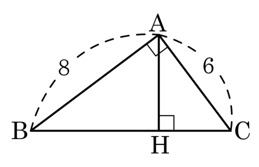
⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}$　② $\frac{24}{5}$　③ 24　④ $2\sqrt{6}$　⑤ $\frac{24}{15}$

해설

$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 넓이는

$8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{24}{5}$

15. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 긴 것은?

① $(2,4)$, $(3,2)$　　② $(-1,4)$, $(2,5)$　　③ $(1,4)$, $(0,2)$

④ $(2,4)$, $(2,10)$　　⑤ $(1,1)$, $(4,2)$

해설

① $\sqrt{(2-3)^2+(4-2)^2}=\sqrt{5}$
② $\sqrt{(-1-2)^2+(4-5)^2}=\sqrt{10}$
③ $\sqrt{(1-0)^2+(4-2)^2}=\sqrt{5}$
④ $\sqrt{(2-2)^2+(4-10)^2}=\sqrt{36}=6$
⑤ $\sqrt{(1-4)^2+(1-2)^2}=\sqrt{10}$

16. $y = 2x^2 - 12x + 18$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점과 y 축과 만나는 점의 거리가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, b는 최소의 자연수)

① 20　② 25　③ 30　④ 35　⑤ 40

해설

$y = 2x^2 - 12x + 18$
$y = 2(x-3)^2$ 이다.
x 축과 만날 때의 좌표는 $y = 0$ 일 때이므로 $(3,\ 0)$
y 축과 만날 때의 좌표는 $x = 0$ 일 때이므로 $(0,\ 18)$ 이므로
두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3-0)^2 + \{0-(18)\}^2} = \sqrt{333} = 3\sqrt{37}$
이므로 $a+b = 40$ 이다.

17. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

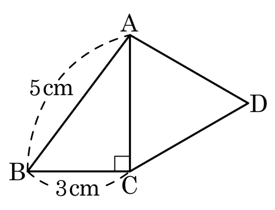
① $\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ \sqrt{5}$ ② $4,\ 5,\ 6$ ③ $2,\ 3,\ \sqrt{10}$

④ $\sqrt{5},\ \sqrt{11},\ 4$ ⑤ $7,\ 8,\ 10$

해설

$\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{11}\right)^2 = 4^2$

18. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?



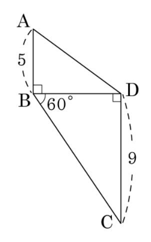
① $4\,\mathrm{cm}^2$　② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　④ $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 60°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

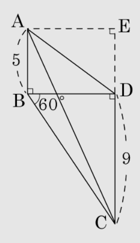
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = \sqrt{223}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 3\sqrt{3}$

해설

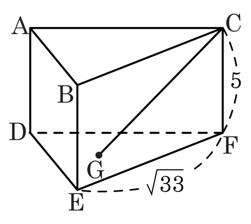
대각선 BD 의 길이는 $3\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 3\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 5 + 9 = 14$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 14^2} = \sqrt{223}$

20. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $\sqrt{33}$ 인 정삼각형이고, 높이가 5 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

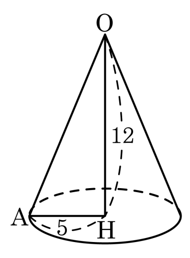
$\triangle CGF$ 에서

$$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times (\triangle DEF \text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{33} = \sqrt{11}$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{11})^2} = 6$$

21. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 5, 높이가 12 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.

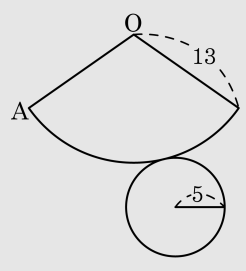


▶ 답 :

▷ 정답 : 90π

해설

$\triangle$OAH 에서



$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$, $\overline{OA} = \sqrt{12^2+5^2} = 13$

밑면의 반지름의 길이가 5 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로

(옆면의 넓이)

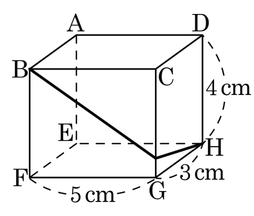
$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 13 \times 10\pi$

$= 65\pi$

$\therefore$ (겉넓이) $= 65\pi + 25\pi = 90\pi$

22. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

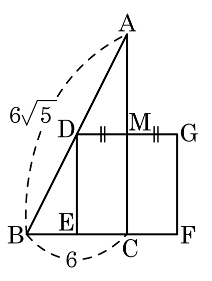
▷ 정답 : $4\sqrt{5}$ cm

해설

$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 6\sqrt{5}m$, $\overline{BC} = 6$, $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square DEFG$ 는 정사각형이다. $\overline{DM} = \overline{MG}$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - 6^2} = 12(cm)$ 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{DM} = \overline{GM} = \frac{x}{2}$ 이므로

$\overline{BE} = 6 - \frac{x}{2}$, $\overline{AM} = 12 - x$ 이다.

또한, $\triangle ADM \backsim \triangle DBE$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{DM} : \overline{BE} = \overline{AM} : \overline{DE}$

$\frac{x}{2} : \left(6 - \frac{x}{2}\right) = (12 - x) : x$

$\frac{x^2}{2} = \left(6 - \frac{x}{2}\right)(12 - x)$

$12x = 72$

$\therefore\ x = 6$

24. $\overline{AB} = 3,\ \overline{BC} = 5,\ \overline{CD} = 6,\ \overline{DA} = 4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10},\ 3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

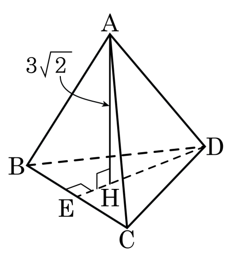
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC},\ \overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면
$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해
$3^2 + 5^2 = 2(\overline{BF^2} + \overline{AF^2}) \cdots ①$
$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해
$4^2 + 6^2 = 2(\overline{DF^2} + \overline{AF^2}) \cdots ②$
① + ② 을 하면
$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 = 2(\overline{BF^2} + \overline{DF^2}) + 4\overline{AF^2}$
$\triangle$BFD 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{BF^2} + \overline{DF^2} = 2(\overline{EF^2} + \overline{DE^2}) \cdots ③$
또, $\overline{AC} = 2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2} = 4\overline{AF^2} \cdots ④$
$\overline{BD} = 2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2 = 4\overline{DE^2} \cdots ⑤$
$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$
$= 2(\overline{BF^2} + \overline{DF^2}) + 4\overline{AF^2}$
$= 4(\overline{DE^2} + \overline{EF^2}) + 4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)
$= 4\overline{AF^2} + 4\overline{DE^2} + 4\overline{EF^2}$
$= \overline{AC^2} + \overline{BD^2} + 4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)
따라서, $86 = (2\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{5})^2 + 4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 이 정사면체의 모서리의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because \ \overline{\mathrm{DE}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \right)$

$\triangle$ADH 에서 $\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 - \overline{\mathrm{DH}}^2$ 이므로

$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$

$18 = \frac{2}{3}x^2, \ x^2 = 27$

$\therefore \ x = 3\sqrt{3} \ (\because \ x > 0)$