1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 의 약수는 1, 3, 9 이다.

② 18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.

③ 9 와 18 의 최대공약수는 9 이다.

④ 9 와 18 의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9 의 약수와 같다.

⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 2 개이다.

해설

⑤ 9 와 18 의 공약수의 개수는 최대공약수 9 의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

2. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$20 = 2^2 \times 5,\ 45 = 3^2 \times 5$
최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

3. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$\therefore\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

4. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

5. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 $m = 2 \times 3$

$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2$, $n = 2^3 \times 3 = 24$

$m = 6,\ n = 24$

$\therefore m + n = 30$

6. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

7. n 이 자연수일 때, $\dfrac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20　② 21　③ 33　④ 39　⑤ 49

해설

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

8. 네 자리 수 68□0 이 6 의 배수일 때, □안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

해설

6 은 2 와 3 의 배수이다.
일의 자리가 0 이므로 2 의 배수이고 3 의 배수이려면 $6+8+\square+0$ 이 3 의 배수이어야 한다.
$\therefore \square = 1, 4, 7$

9. $x\times x\times y\times y\times z\times z=x^a\times y^b\times z^c$ 을 만족하는 자연수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(준식)$=x^2\times y^2\times z^2$ 이므로 $a=2,\ b=2,\ c=2$ 이다.
따라서 $a+b+c=2+2+2=6$ 이다.

10. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12=5+7$ ② $14=3+11$ ③ $16=5+11$
④ $18=7+11$ ⑤ $20=9+11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, $\cdots$ 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20=9+11$ 이다.

11. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 4,\ y = 3,\ z = 1$ 이다.

$\therefore\ a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

12. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600 ② 4900 ③ 6400
④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.
따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.
$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

13. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,

$\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2$, 2×3^2 , 2^3 , $2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

14. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은?

① 2×5　　② $2^2\times5^2$　　③ 2×5^3

④ $2^3\times5$　　⑤ 5^2

해설

$200=2^3\times5^2$

200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2\times5$	$2^2\times5^2$
2^3	2^3	$2^3\times5$	$2^3\times5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

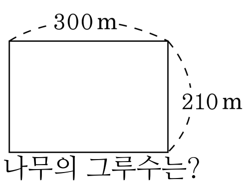
15. 가로의 길이가 720cm, 세로의 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140 개　② 160 개　③ 180 개
④ 200 개　⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
$2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는
$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개) 이다.

16. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $300\,\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $210\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 $30\ (\mathrm{m})$,
나무 사이의 간격을 $30\,\mathrm{m}$ 라 할 때,
가로 $300 = 30\ (\mathrm{m}) \times 10$ (그루)
세로 $210 = 30\ (\mathrm{m}) \times 7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

17. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

㉠ 21	㉡ 46	㉢ 9	㉣ 23	㉤ 25
㉥ 169				

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
2, 5, 7 의 배수가 아닌 수를 찾는다.
2 의 배수는 46, 5 의 배수는 25, 7 의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169 이다.

18. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 3^3 ③ 2^3
④ 3×5 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

19. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

20. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.
$\therefore\ 8 \times 6 = 48$
따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.