1. 일차함수 $y = 3x - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동 시키면 $y = 3x + 2$ 와 일치하겠는가?

① -3　　② -2　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

일차함수 $y = 3x - 1$ 의 그래프를
y 축 방향으로 α 만큼 평행이동하면
$y = 3x - 1 + \alpha \;\Rightarrow\; y = 3x + 2$
$\therefore\; \alpha = 3$

2. 일차함수 $y = 4x - 2$ 에서 x 의 값이 -1 에서 1 까지 증가할 때, y 값의 증가량은?

① -8 ② 8 ③ -4 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{(y\text{의 증가량})}{(x\text{의 증가량})} = \frac{(y\text{의 증가량})}{2} = 4$$

$\therefore y$ 의 증가량은 8

3. 좌표평면 위의 두 점 $(-1, -4)$, $(1, 0)$ 을 지나는 직선 위에 점 $(3,\ a)$ 가 있을 때, 상수 a 의 값은 ?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$$\frac{0-(-4)}{1-(-1)} = \frac{a-0}{3-1} \quad \therefore \ a = 4$$

4. 다음 중 x절편이 -2이고, y절편이 3인 직선을 y축 방향으로 3만큼 평행이동한 일차함수의 식은?

① $y=\frac{3}{2}x+6$　② $y=-\frac{3}{2}x+3$　③ $y=-2x+3$
④ $y=2x+6$　⑤ $y=-\frac{3}{2}x+6$

해설

x절편이 -2이고, y절편이 3인 직선은

$\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}=1$이다.

따라서 $y=\frac{3}{2}x+3$이고

이 직선을 y축 방향으로 3만큼

평행이동시킨 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{2}x+6$이다.

5. 두 직선 $\begin{cases} ax+4y=15 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

① 8　② 4　③ 0　④ -8　⑤ -4

해설

두 직선이 평행하면 해가 없다.
두 식의 기울기가 같아야 한다.

$$\frac{a}{2}=\frac{4}{-1}\neq\frac{15}{7}$$

$$\therefore \frac{a}{2}=-4\ ,\ a=-8$$

6. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 차가 3 인 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 6 가지

해설

나오는 눈의 수의 차가 3 인 경우는

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1) 로 6 가지이다.

7. 집에서 학교로 가는 버스 노선이 3가지, 지하철 노선이 2가지가 있다. 버스나 지하철을 이용하여 집에서 학교까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 2가지 ② 3가지 ③ 4가지
④ 5가지 ⑤ 6가지

해설

버스를 타고 가는 방법과 지하철을 타고 가는 방법은 동시에 일어나는 사건이 아니므로 경우의 수는 $3+2=5$(가지) 이다.

8. 어느 패스트푸드점에 햄버거의 종류는 6 가지, 음료수의 종류는 4 가지가 있다고 한다. 영진이는 이 패스트푸드점에서 햄버거를 하나 먹거나 또는 음료수 한 잔을 마시려고 한다. 영진이가 선택할 수 있는 종류는 몇 가지인가?

① 24가지 ② 12가지 ③ 10가지

④ 8가지 ⑤ 6가지

해설

햄버거의 종류는 6 가지, 음료수의 종류는 4 가지가 있으므로 햄버거 또는 음료수를 주문할 수 있는 경우의 수는 $6+4=10$(가지)이다.

9. A, B, C, D, 4 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수와 대표 3 명을 뽑는 경우의 수는?

① 12 가지, 4 가지
② 12 가지, 24 가지
③ 24 가지, 24 가지
④ 24 가지, 4 가지
⑤ 6 가지, 4 가지

해설

(1) $\dfrac{4\times3}{2}=6$ (가지)

(A, B) 와 (B, A) 는 같은 경우이다.

(2) 4 명 중에서 3 명을 뽑아서 나열하는 경우의 수는 $4\times3\times2=24$ (가지) 이고,

(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A) 는 같은 경우이다.

뽑은 3 명을 나열하는 경우의 수 $3\times2\times1=6$ 으로 나누어야 한다.

$\therefore\ \dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$(가지)

10. 남자 5명, 여자 5명으로 구성된 동아리에서 대표 2명을 뽑을 때, 둘 다 남자가 뽑힐 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

모든 경우의 수 : $\frac{10\times 9}{2}=45$(가지)

남자 2명을 대표로 뽑을 경우의 수 : $\frac{5\times 4}{2}=10$(가지)

$\therefore \frac{10}{45}=\frac{2}{9}$

11. x의 범위가 $-2 \le x \le 6$인 일차함수 $y = x$를 y축 방향으로 1만큼 평행이동하였더니 함숫값의 범위가 $a \le y \le 7$가 되었다. 이 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

일차함수 $y = x$를 y축 방향으로 1만큼 평행이동한 일차함수는 $y = x + 1$이다.
기울기가 양수이므로 함숫값의 범위는 $f(-2) \le y \le f(6)$
$\therefore\ -1 \le y \le 7$
그러므로 상수 $a = -1$

12. 두 일차함수 $y = -x + b$, $y = ax - 2$가 모두 점 $(1,\ 3)$을 지날 때, 그래프 $y = ax + b$ 위의 점은 ?

① $(1,\ 2)$ ② $(2,\ 3)$ ③ $(-1,\ -1)$

④ $(-2,\ -3)$ ⑤ $(-3,\ -7)$

해설

두 함수의 그래프가 모두 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3 = -1 + b,\ 3 = a - 2$가 성립한다.

$\therefore b = 4,\ a = 5$

따라서 주어진 일차함수는 $y = 5x + 4$이고

③ $-1 = 5 \times (-1) + 4$이므로 $(-1,\ -1)$은

$y = 5x + 4$ 위의 점이다.

13. 일차함수 $y=-2x+6$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2,\ 1)$ 를 지날 때 , k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y=-2x+6+k$ 가 $(2,\ 1)$ 을 지나므로 $(2,\ 1)$ 을 대입하면

$1=2+k$

$\therefore\ k=-1$

14. 다음 일차함수의 그래프 중 함수 $y = 2x - 4$의 그래프와 x축 위에서 만나는 것은?

① $y = -3x - 5$　　② $y = -x - \dfrac{5}{2}$　　③ $y = -x + 2$

④ $y = 4x - 10$　　⑤ $y = 5x - 2$

해설

x축 위에서 만나므로 두 x절편이 같다.

$y = 2x - 4$의 x절편이 $x = 2$이므로, x절편이 2인 것을 찾는다.

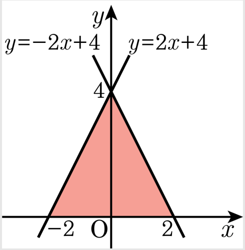
③ $0 = -2 + 2$

15. 두 개의 직선 $y = 2x + 4$, $y = -2x + 4$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\therefore$ (넓이) $= 4 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 8$

16. 일차방정식 $x-9y=4$ 위의 점 $(k+6,\ k-6)$ 에 대하여 k 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

점 $(k+6,\ k-6)$ 을 $x-9y=4$ 에 대입하여 정리하면,

$k+6-9(k-6)=4$

$k+6-9k+54=4$

$-8k+60=4$

$\therefore\ k=7$

17. 다음 보기의 조건에 맞는 직선의 방정식을 구하면?

보기

(가) 직선 $2x+y+8=0$의 기울기와 같다.
(나) 직선 $3x-y+5=0$의 y절편과 같다.

① $y=-2x$ ② $y=-2x+3$ ③ $y=2x$
④ $y=2x+3$ ⑤ $y=-2x+5$

해설

$y=-2x-8$, 기울기 : -2
$y=3x+5$, y 절편 : 5
$\therefore\ y=-2x+5$

18. 두 점 $(a-7,\ -1)$와 $(-2a+8,\ 1)$을 지나는 직선이 y축에 평행할 때, 상수 a의 값은?

① $a=1$　② $a=3$　③ $a=5$　④ $a=7$　⑤ $a=9$

해설

y축에 평행할 때, $x=k$꼴이다.

$\therefore a-7=-2a+8$

$3a=15$

$\therefore a=5$

19. 네 방정식 $x=a,\ x=-a,\ y=3,\ 2y+6=0$ 의 그래프로 둘러싸인 도형이 정사각형일 때, 상수a 의 값은? (단, $a>0$)

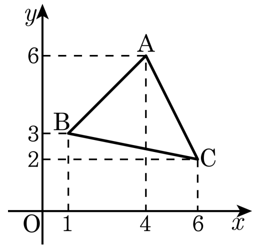
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

가로의 길이가 $2a$, 세로의 길이가 6 이므로 $2a=6$

$\therefore a=3$

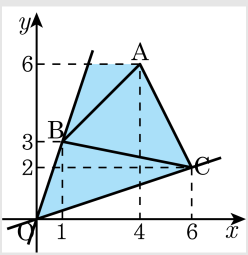
20. 다음 그림에서 일차함수 $y = ax$의 직선이 $\triangle ABC$와 교차할 때, a의 값의 범위는?



① $\frac{1}{2} \le a \le 2$ ② $\frac{1}{3} \le a \le \frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2} \le a \le 3$
④ $\frac{1}{3} \le a \le 3$ ⑤ $\frac{1}{3} \le a \le 2$

해설

$y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나므로

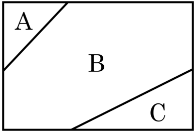


$y = ax$의 그래프가 $\triangle ABC$와 교차하기 위해서는 색칠한 부분을 지나야 한다.(경계선 포함)

점$(6,\ 2)$를 대입하면 $a = \frac{1}{3}$이고 , 점$(1,\ 3)$을 대입하면 $a = 3$ 이다.

$\therefore \frac{1}{3} \le a \le 3$

21. 다음 그림과 같이 3 개의 부분 A, B, C 로 나뉘어 진 사각형이 있다. 3 가지 색으로 칠하려고 할 때 서로 다른 색을 칠할 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

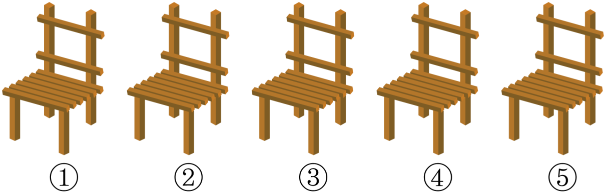
▷ 정답 : 6 가지

해설

3 가지 색을 (A, B, C) 에 일렬로 배열한다고 볼 수 있다.

$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

22. A, B, C, D, E 의 학생을 5 개의 의자에 앉히려고 한다. 이때, A가 ①번, B가 ⑤번 의자에 앉는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A가 ①번, B가 ⑤번 의자에 고정시켜 놓으면 ②, ③, ④ 세 개의 의자가 남는다. 따라서 세 개의 의자에 C, D, E 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수이다. 따라서 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

23. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A, B 가 서로 이웃하면서 동시에 A 가 B 보다 앞에 서는 경우의 수는?

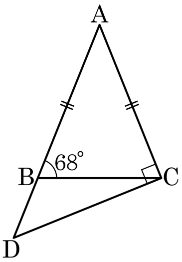
① 6 가지　　② 7 가지　　③ 8 가지

④ 9 가지　　⑤ 10 가지

해설

A, B 를 이 순서로 한 사람으로 생각하면 세 사람이 한 줄로 늘어서는 것과 같으므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $46°$ ② $48°$ ③ $50°$ ④ $52°$ ⑤ $54°$

해설

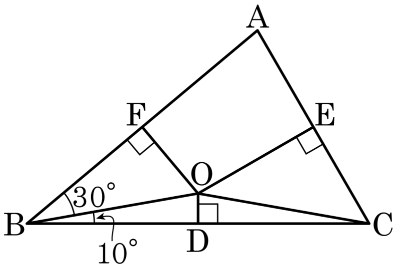
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = 180° - 2 \times 68° = 44°$

$\triangle ADC$ 에서

$\angle BDC = 180° - (44° + 90°) = 46°$

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 80°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

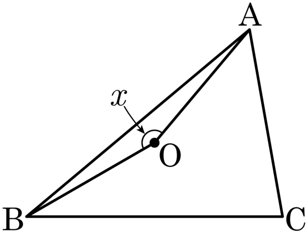
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$

$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$

$\therefore\ \angle x = 50°$

$\therefore\ \angle A = 30° + 50° = 80°$

26. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

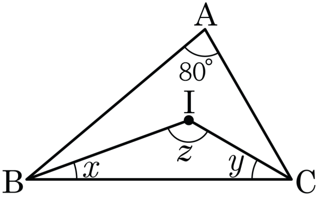
▷ 정답 : 160 °

해설

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ$$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 160^\circ$

27. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=(\qquad)^\circ$ 이다. (   ) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$2\angle x+2\angle y+80^\circ=180^\circ,\ \angle x+\angle y=50^\circ$

$\angle z=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^\circ-50^\circ=80^\circ$

28. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 $y = 5x - 3$ 일 때, $f(-1) + f(1)$ 의 값은?

① -8　② -6　③ 0　④ 6　⑤ 10

해설

$f(-1) = -5 - 3 = -8$

$f(1) = 5 - 3 = 2$

$\therefore\ f(-1) + f(1) = -6$

29. 일차함수 $x-y-2=0$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $y=x-1$의 그래프와 평행하다. ㉡ 제2 사분면을 지나지 않는다. ㉢ x절편과 y절편의 합은 4이다. ㉣ x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 -2만큼 감소한다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ x절편과 y절편의 합은 0이다.

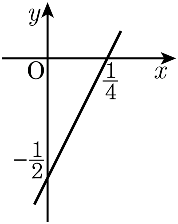
30. 일차함수 $y = ax + b$ 의 x 절편이 4 이고, y 절편이 -2 일 때, 일차함수 $y = -bx - a$ 가 지나는 사분면이 제 c사분면, 제 d사분면, 제 e사분면이라고 할 때, $c + d + e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

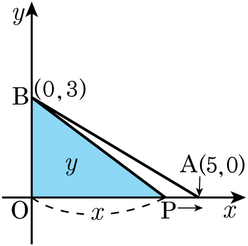
▷ 정답 : 8

해설

y 절편이 -2 이므로 $y = ax - 2$,
점 $(4,\ 0)$ 을 지나므로, $0 = 4a - 2$ 이므로
$\therefore a = \frac{1}{2},\ b = -2$
$y = 2x - \frac{1}{2}$ 의 그래프를 그리면 다음과 같으므로 일차함수 $y = -bx - a$ 는 제 1사분면, 제 3사분면, 제 4사분면을 지난다.
따라서 $c + d + e = 8$ 이다.



31. 다음 그림에서 점 P가 점 O를 출발하여 삼각형의 변을 따라 점 A까지 움직이고, 점P가 점 O로부터 움직인 거리를 x, △OBP의 넓이를 y라고 한다. △OBP의 넓이가 6 일 때 점 P의 좌표가 $(a,\ 0)$이었다면 a의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(△OBP 의 넓이)

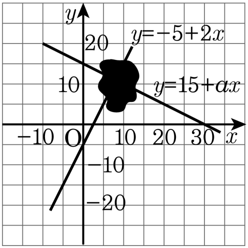
$= \frac{1}{2} \times$ (점 P가 점 O로부터 움직인 거리) $\times$ (높이)이므로

$y = \frac{1}{2} \times 3 \times x$

$y = \frac{3}{2}x$

△OBP의 넓이가 6이므로 $6 = \frac{3}{2}a,\ a = 4$이다.

32. 두 그래프 $y = 15 + ax$와 $y = -5 + 2x$의 그래프를 그린 것인데 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 된 것이다. 교점의 좌표를 구하면?



① $(7,\ 10)$　　② $(8,\ 11)$　　③ $(9,\ 9)$

④ $(8,\ 10)$　　⑤ $(9, 10)$

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$$\begin{cases} y = 15 - \dfrac{1}{2}x \cdots ㉠ \\ y = -5 + 2x \cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해이므로

㉠ − ㉡을 하면,

$0 = 20 - \dfrac{5}{2}x$, $\dfrac{5}{2}x = 20$,

$5x = 40$, $x = 8 \cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$y = -5 + 16,\ y = 11$

그러므로 교점의 좌표는 $(8,\ 11)$이다.

33. 두 직선 $ax+by=-13$, $ax-by=-4$ 의 교점의 좌표가 $(-2,\ -1)$ 일 때, ab 의 값은?

① $\frac{153}{8}$ ② $\frac{123}{8}$ ③ $\frac{93}{8}$ ④ $\frac{63}{8}$ ⑤ $\frac{33}{8}$

해설

$ax+by=-13$ 이 점 $(-2,\ -1)$ 을 지나므로 $-2a-b=-13$ ⋯㉠

$ax-by=-4$ 가 점 $(-2,\ -1)$ 을 지나므로 $-2a+b=-4$ ⋯㉡

㉠-㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{17}{4}$, $b=\frac{9}{2}$

$\therefore ab=\frac{153}{8}$

34. $|x|$는 x의 절댓값을 나타낸다고 할 때, 두 직선 $y=|x+3|$과 $y=p$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=6$일 때, p의 값을 구하여라.

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

i) $x<-3$일 때, $y=-x-3$, $y=p$의 교점은 $-x-3=p$, $x=-p-3$

ii) $x\geq -3$일 때, $y=x+3$, $y=p$의 교점은

$x+3=p$, $x=p-3$

$y=|x+3|$과 $y=p$가 두 점에서 만나므로 $p>0$이다.

$\overline{AB}=6=p-3-(-p-3)=2p$

$\therefore p=3$

35. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 두 직선 $3x + ay + 1 = 0$, $(b+1)x + 4y + 1 = 0$ 이 평행하게 될 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 3 가지

해설

두 직선이 평행하다면 $\dfrac{3}{b+1} = \dfrac{a}{4} \neq 1$ 가 되는데 이 식을 정리하면 $a \times (b+1) = 12$, $a \neq 4$, $b \neq 2$ 이다. 이렇게 되는 $(a,\ b)$는 $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(6,\ 1)$로 3 가지이다.

36. a, b, c, d 의 문자를 사전식으로 배열할 때, $bcda$ 는 몇 번째인가?

① 14 번째 ② 12 번째 ③ 10 번째

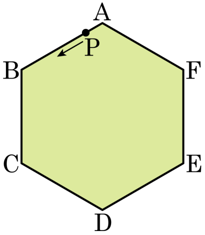
④ 8 번째 ⑤ 6 번째

해설

a 로 시작할 때 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

$bacd$, $badc$, $bcad$, $bcda$ 따라서 10 번째

37. 다음 그림과 같은 정육각형 ABCDEF의 한 꼭짓점 A를 출발하여, 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 합만큼 화살표 방향의 꼭짓점으로 점 P가 움직인다. 이때, 주사위를 두 번 던져서 점 P가 점 F에 오게 될 확률을 구하면?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{36}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

점 D가 점 F에 오려면 주사위의 눈의 합이 5또는 11이어야 한다.

합이 5 인 경우는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로 4가지이고,
합이 11인 경우는 (5, 6), (6, 5)로 2가지이다.

따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

38. A, B, C, D, E 5명이 일렬로 설 때, A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 12

해설

모든 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(가지)

A, B 가 서로 이웃할 경우의 수 : $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$(가지)

따라서 A와 B가 서로 이웃하지 않을 확률은

$$1 - \frac{(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{3}{5}$$

39. A가 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$이고, B가 문제를 풀 확률은 x일 때, 둘 다 문제를 틀릴 확률이 $\frac{1}{6}$ 이다. x의 값을 구하면?

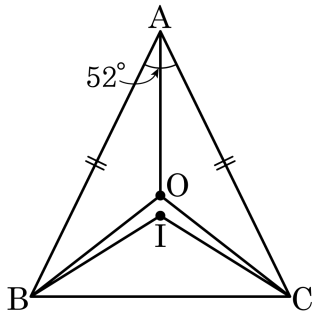
① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{9}{25}$ ③ $\frac{11}{25}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

B가 이 문제를 풀 확률을 x라 하면

$$\frac{1}{3} \times (1-x) = \frac{1}{6} \quad \therefore \; x = \frac{1}{2}$$

40. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52\,°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___ °

▷ 정답 : 6 °

해설

외심의 성질에 의해

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52\,° = 104\,°$ 이고,

내심의 성질에 의해

$\angle BIC = 90\,° + \frac{1}{2}\angle A = 90\,° + \frac{1}{2} \times 52\,° = 116\,°$

또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180\,° - \angle A) = \frac{1}{2}(180\,° - 52\,°) = 64\,°$

또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180\,° - 104\,°) = 38\,° \cdots$ ㉠

$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180\,° - 116\,°) = 32\,° \cdots$ ㉡

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38\,° - 32\,° = 6\,°$ 이다.

41. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0,\ 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6,\ 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2,\ 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6,\ -1)$

따라서 $(-2,\ 4)$ 과 $(6,\ -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$$y - 4 = \frac{-1 - 4}{6 - (-2)}(x + 2)$$

$$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$$

$a = -\frac{5}{8},\ b = \frac{11}{4}$ 이다.

$$\therefore\ a + b = \frac{17}{8}$$

42. 1, 2, 3, 4, 5 의 5 장의 카드 중에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들어 작은 수부터 큰 수로 나열할 때 43 은 몇 번째 수인가?

① 12 번째 ② 15 번째 ③ 18 번째

④ 21 번째 ⑤ 24 번째

해설

십의 자리가 1, 2, 3 일 때 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 4 개씩이므로 $3 \times 4 = 12$ (가지), 십의 자리가 4 일 때 두 자리 정수는 41, 42, 43, 45 이다.
따라서 43 은 $12 + 3 = 15$ (번째) 이다.

43. 항아리에 서로 다른 흰 돌과 검은 돌이 섞여서 모두 10 개가 담겨 있다. 이 중 2 개의 돌을 골랐을 때, 적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수가 35 가지라고 한다. 검은 돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

흰 돌이 최소 1 개 이상 뽑히는 사건은 2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 사건의 여사건이다.

검은 돌의 개수를 x라 하면, 흰 돌의 개수는 $10-x$ 이고

10 개 중 2 개를 고르는 경우의 수는 $\dfrac{10\times9}{2}=45$(가지) 이고

2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 경우의 수는 $\dfrac{x(x-1)}{2}$(가지) 이다.

적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수는

$$45-\frac{x(x-1)}{2}=35$$
$$\frac{x(x-1)}{2}=10$$
$$x(x-1)=20$$

x 와 $x-1$ 은 둘 다 자연수이므로, 이를 만족하는 $x=5$ 이다.

따라서 검은 돌은 5 개이다.

44. 주머니 안에 흰 구슬 4개, 빨간 구슬 5개, 파란 구슬 a개가 들어있다. 주머니에서 구슬 1개를 꺼낼 때 빨간 구슬일 확률이 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{5}{5+4+a} = \frac{1}{4},\ a = 11$$

45. 항아리 속에 박하 사탕이 7 개, 땅콩 사탕이 x 개, 커피 사탕이 y 개 들어 있다. 항아리에서 임의로 사탕 1 개를 꺼낼 때, 땅콩 사탕이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고 커피 사탕이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이라면 항아리 속에 땅콩 사탕과 커피 사탕은 각각 몇 개씩 들어 있는가?

① 땅콩 사탕 : 13개, 커피 사탕 : 21개

② 땅콩 사탕 : 14개, 커피 사탕 : 18개

③ 땅콩 사탕 : 13개, 커피 사탕 : 21개

④ 땅콩 사탕 : 14개, 커피 사탕 : 21개

⑤ 땅콩 사탕 : 13개, 커피 사탕 : 18개

해설

$\frac{x}{7+x+y} = \frac{1}{3}$, $3x = 7 + x + y$

$2x - y = 7 \cdots$ ㉠

$\frac{y}{7+x+y} = \frac{1}{2}$, $2y = 7 + x + y$

$-x + y = 7 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x = 14$, $y = 21$

46. 자연수 x , y 가 짝수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$ 이다. $x+y$ 가 홀수일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{21}$

해설

$$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{3}{7}\right)+\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{7}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{7}$$

$$=\frac{4}{21}+\frac{6}{21}=\frac{10}{21}$$

47. 한 모서리의 길이가 1 인 정육면체 216 개를 가로 6 개, 세로 6 개, 높이 6 개씩 들어가도록 쌓아서 큰 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 작은 정육면체로 분해한 다음 한 개를 집었을 때, 그것이 적어도 한 면이 색칠되어 있는 작은 정육면체일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{27}$

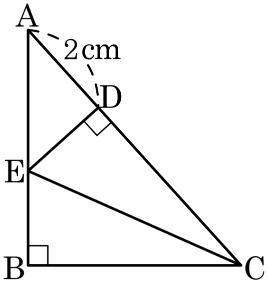
해설

한 모서리에 작은 정육면체가 6 개씩 들어간 큰 정육면체의 겉면에 색칠을 했을 때, 한 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개) 이다.

색이 칠해지지 않은 정육면체일 확률은 $\frac{64}{216}$ 이다.

따라서 적어도 한 면이 색칠된 작은 정육면체일 확률은 $1 - \frac{64}{216} = \frac{152}{216} = \frac{19}{27}$ 이다.

48. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로

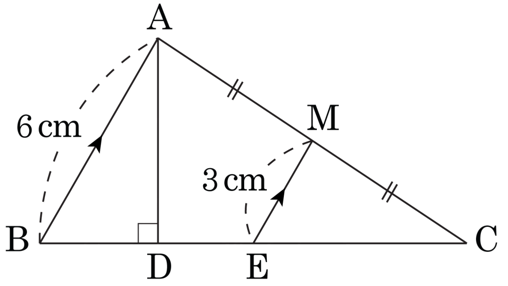
$\angle A = 45°$

$\triangle AED$도 직각이등변삼각형이고

$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$(RHS 합동)이므로

$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\ (\text{cm})$

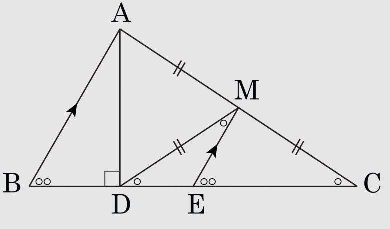
49. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$에 평행한 선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

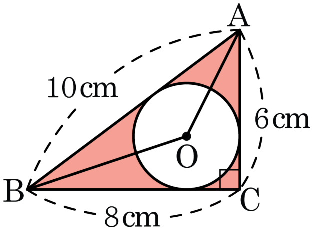
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$

따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

50. 직각삼각형 $\triangle ABC$ 안에 원 O 가 내접하고 있다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $24-4\pi$ cm^2

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\frac{1}{2}r\times(8+6+10)=\frac{1}{2}\times8\times6=24$$

$r=2\,(\text{cm})$

$\therefore$(색칠한 부분의 넓이)

$=24-\pi\times2^2$

$=24-4\pi\,(\text{cm}^2)$