1. 주머니 속에 10 원짜리, 50 원짜리, 100 원짜리, 500 원짜리 동전이 각각 한 개씩 들어 있다. 이 주머니에서 꺼낼 수 있는 금액의 경우의 수는?

① 12가지　② 13가지　③ 14가지
④ 15가지　⑤ 16가지

해설

각 동전마다 나올 수 있는 경우의 수는 2가지씩이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, 그런데 하나도 안 뽑히는 경우는 빼야하므로 $16 - 1 = 15$(가지)이다.

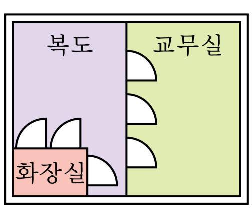
2. 주사위 1 개를 던질 때, 2 의 배수 또는 5 의 약수의 눈이 나올 경우의 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2 의 배수 : 2, 4, 6
5 의 약수 : 1, 5
$\therefore\ 3 + 2 = 5$ (가지)

3. 다음 그림에서 교무실을 나와 화장실로 가는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 9가지

해설

교무실에서 복도로 나오는 방법의 수는 3가지이고 복도에서 화장실로 들어가는 방법은 3 가지이다. 따라서 교무실을 나와 화장실로 가는 방법의 수는 $3 \times 3 = 9$(가지) 이다.

4. 1 에서 20 까지의 숫자가 각각 적힌 20 장의 카드에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 소수의 눈이 나올 확률은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

해설

1 ~ 20 사이의 숫자 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 의 모두 8 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ 이다.

5. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 눈의 수를 x , 나중에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $3x+y=12$ 가 될 확률은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$3x+y=12$ 를 만족하는 (x,y) 는 $(2,6)$, $(3,3)$ 이다.

$\therefore$ (확률) $=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

6. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 눈의 합이 6의 배수일 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

해설

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)
합이 6인 경우는 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) 의 5가지
합이 12인 경우는 (6, 6) 의 1가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.

7. 동전 1 개와 주사위 1 개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이고 주사위는 2 의 배수가 나오거나 동전은 뒷면이고 주사위는 3 의 배수가 나올 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12}$ 이다.

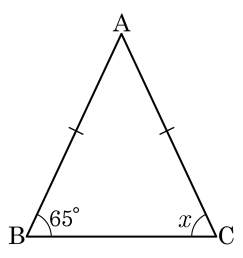
8. 주머니 속에 모양과 크기가 같은 검은 공 4개와 흰 공 3개가 들어 있다. 한 개의 공을 꺼낸 다음 다시 넣어 또 하나의 공을 꺼낼 때, 두 번 모두 흰 공이 나올 확률은?

① $\frac{12}{49}$ ② $\frac{6}{49}$ ③ $\frac{9}{49}$ ④ $\frac{8}{49}$ ⑤ $\frac{16}{49}$

해설

$\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

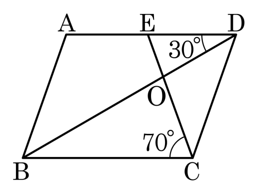


① $45°$ ② $55°$ ③ $65°$ ④ $75°$ ⑤ $85°$

해설

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle x = \angle ABC = 65°$

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCO = 70°$, $\angle EDO = 30°$ 일 때, $\angle DOC$ 의 크기는?



① 80° ② 85° ③ 90°

④ 95° ⑤ 100°

해설

$\angle BCO = \angle DEO$ (엇각)

$\triangle DEO$ 에서 $\angle DOC$ 는 한 외각이므로

$\angle DOC = \angle DEO + \angle EDO = 70° + 30° = 100°$

11. 정사면체, 정육면체, 정이십면체 주사위 3 개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 480 가지

해설

$4 \times 6 \times 20 = 480$ (가지)

12. 국어사전 2종류, 영어사전 1종류, 백과사전 1종류 일 때, 종류가 같은 것끼리 이웃하도록 세우는 방법의 수는?

① 8가지　② 12가지　③ 16가지
④ 24가지　⑤ 32가지

해설
종류가 같은 것끼리 이웃하도록 세울 때의 방법의 수를 구한다.
$\therefore\ (3\times2\times1)\times2=12$(가지)

13. 0, 2, 3, 4, 7, 8의 숫자 세 개로 세 자리 정수를 만들 때, 홀수인 정수는 모두 몇 개인가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 32 개

해설

일의 자리가 3인 경우 : 백의 자리에는 0이 올 수 없으므로 4가지, 십의 자리에는 3과 백의 자리 숫자를 제외하고 4가지가 있으므로 $4 \times 4 = 16$(가지), 일의 자리가 7인 경우도 마찬가지이므로 구하고자 하는 개수는 $16 + 16 = 32$(개)이다.

14. 축구 국가 대표팀에는 공격수 8명, 수비수 6명이 있다. 감독이 선발로 나갈 공격수와 수비수를 한 명씩 선발하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 48 가지

해설

공격수를 선발하는 경우의 수 : 8가지
수비수를 선발하는 경우의 수 : 6가지
$\therefore 8 \times 6 = 48$(가지)

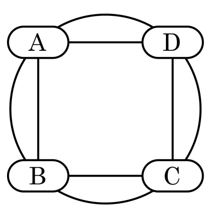
15. A, B, C, D, E, F 의 후보 중에서 대표 5명을 선출하는 방법의 수는?

① 6가지 ② 9가지 ③ 12가지
④ 24가지 ⑤ 30가지

해설

5명의 대표는 구분이 없으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4\times3\times2}{5\times4\times3\times2\times1}=6$ (가지)이다.

16. 다음 그림은 네 개의 도시를 원 모양으로 위치한 것이다. 각 도시를 직선으로 모두 잇는 길을 만들려고 할 때, 몇 개의 길을 만들어야 하는지 구하여라.

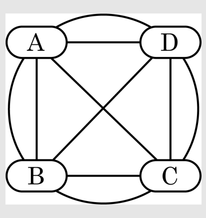


▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 6 개

해설

이웃하는 도시끼리 잇는 길이 4 개, 이웃하지 않는 도시끼리 잇는 길이 2 개이므로 모두 6 개이다.



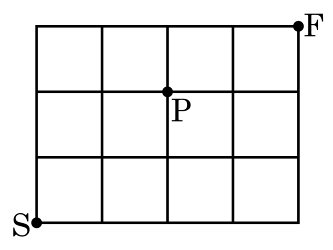
17. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 방정식 $ax-b=0$ 의 해가 1이 되는 경우의 수는?

① 1 가지　② 2 가지　③ 3 가지
④ 4 가지　⑤ 6 가지

해설

$x=1$을 방정식에 대입하면 $a-b=0$, $a=b$이므로 두 주사위의 눈이 같게 나올 경우의 수와 같다. 따라서 $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$, $(4,4)$, $(5,5)$, $(6,6)$ 의 6가지

18. 점 S에서 점 F까지 최단 거리로 이동할 때, 점 P를 거쳐 갈 경우의 수는?



① 6가지 ② 9가지 ③ 12가지
④ 15가지 ⑤ 18가지

해설
S → P : 6 가지
P → F : 3 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 3 = 18$(가지) 이다.

19. 서점에 4종류의 수학 문제집과 5종류의 과학 문제집이 있다. 이 중에서 수학 문제집과 과학 문제집을 각각 두 권씩 사는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 12가지　② 20가지　③ 32가지
④ 60가지　⑤ 120가지

해설

각 과목별로 2과목씩 고르면 $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{5\times4}{2\times1}=60$(가지)이다.

20. A, B 두 개의 주사위를 던져서 A 주사위의 눈의 수를 x, B 주사위의 눈의 수를 y 라고 할 때, $2x+y=5$ 이 될 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{36}$

해설

주사위 2 개를 던질 경우의 수는 36 가지,
$2x+y=5$를 만족하는 경우는 (1, 3), (2, 1) 의 2 가지
$\therefore \frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

21. 주머니 속에 흰 공이 4 개, 검은 공이 6 개 들어 있다. 공을 한 개씩 연속해서 두 번 꺼낼 때, 처음은 흰 공, 두 번째는 검은 공일 확률을 구하면? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{21}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{15}$

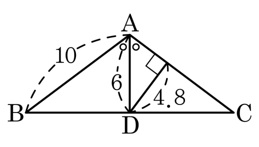
해설

처음에 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{10}$

남은 공 9 개 중에서 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{6}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}=\frac{4}{15}$

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 할때, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



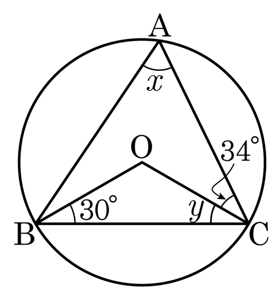
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4.8 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 6$, $\overline{DC} = 8$이므로

$\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 16$이다.

23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 외접원의 중심이 점 O라고 할 때, $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OCA = 34^\circ$이다. $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



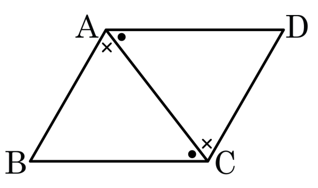
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = 34^\circ$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle a$라 하면 $\angle OBA = \angle a$
삼각형의 내각의 합은 180°이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,
$30^\circ + \angle a + 30^\circ + 34^\circ + 34^\circ + \angle a = 180^\circ$,
$128^\circ + 2\angle a = 180^\circ$,
$2\angle a = 52^\circ$
$\therefore \angle a = 26^\circ$
$\therefore \angle x = 26^\circ + 34^\circ = 60^\circ$
$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle y = 30^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ$

24. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

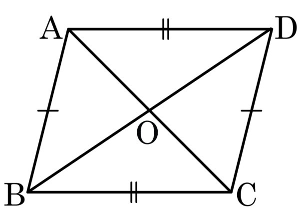
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

25. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



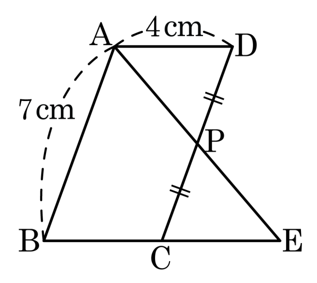
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD} // \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

26. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?

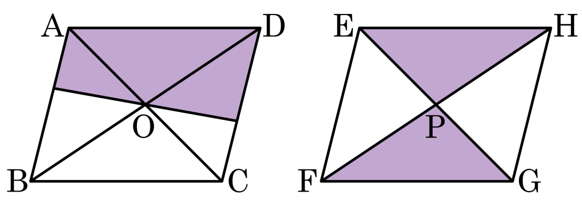


① 7 cm ② 7.5 cm ③ 8 cm
④ 8.5 cm ⑤ 9 cm

해설

$\triangle ADP \equiv \triangle ECP$ (ASA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$
$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = 8(\text{cm})$

27. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\text{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



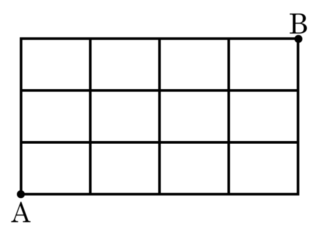
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $34\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

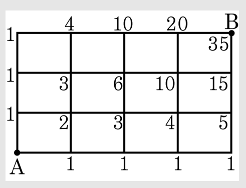
평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\text{cm}^2$ 이므로 전체의 넓이는 $68\,\text{cm}^2$ 이다.
평행사변형 EFGH 는 평행사변형 ABCD 와 합동이므로 넓이가 $68\,\text{cm}^2$ 이다.
$\triangle\text{PEH} + \triangle\text{PFG} = \dfrac{1}{2}\square\text{EFGH}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $34\,\text{cm}^2$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 길이 있다. A에서 B까지 가는 최단 거리의 수는?



① 15가지 ② 20가지 ③ 35가지
④ 40가지 ⑤ 45가지

해설



이므로

합의 법칙을 이용하여 구하면 35이다.

29. 세 곳의 음식점을 네 명의 학생이 선택하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 81 가지

해설

한 명이 선택할 수 있는 음식점이 세 곳이므로 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 이다.

30. 현희, 지선, 봉은, 윤혜 4 명 중에서 대표 2 명을 뽑을 때, 현희가 대표로 뽑힐 확률을 $\frac{x}{y}$ 라 하자. 이 때, xy의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

4 명 중 대표 2 명을 뽑는 경우의 수 : $\frac{4\times3}{2\times1}=6$ (가지)

현희가 대표가 되는 경우는 (현희, 지선), (현희, 봉은), (현희, 윤혜) 로 3 가지이다.

따라서 현희가 대표로 뽑힐 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore\ x=1,\ y=2\ \ \therefore\ \ xy=2$

31. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

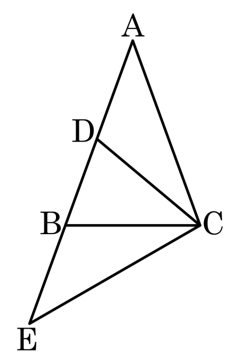
㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{1}{9}$이다.
㉡ 비기는 경우는 한 가지만 있다.
㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{9}$이다.
㉣ 승부가 날 확률은 $\frac{8}{9}$이다.
㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{2}{9}$이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 세 사람 중 A 한 사람만 이길 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$
㉡ 비기는 경우는 두 가지가 있다. (서로 같은 것을 내는 경우, 서로 다른 것을 내는 경우)
㉢ 비길 확률은 $\frac{1}{3}$ (서로 같은 것을 내는 경우 $\frac{1}{9}$, 서로 다른 것을 내는 경우 $\frac{2}{9}$)
㉣ 승부가 날 확률은 $1-$(비기는 경우)$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
㉤ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은
$\frac{3}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

32. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



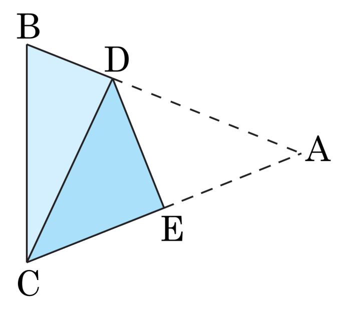
▶ **답:** ______ °

▷ **정답:** 40 °

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$
$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$
$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로
$\angle ECB = \angle y$
$\angle ACE = 100°$ 이므로
$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°$, $\angle y = 30°$
$\therefore \angle x = \angle BCD = 40°$

33. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답: $\frac{130}{3}°$

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

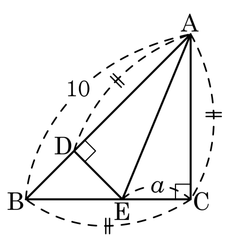
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \frac{130}{3}°$

$\therefore\ \angle A = \frac{130}{3}°$

34. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$　② $a+2$　③ $\frac{a+10}{2}$
④ $10-2a$　⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$
$\therefore \angle BAC = \angle B = 45°$
$\angle BDE = 90°, \angle B = 45°$ 이므로 $\angle BED = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\angle B = \angle BED$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{CE} = a$
$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - a$

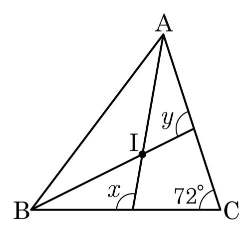
35. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

36. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

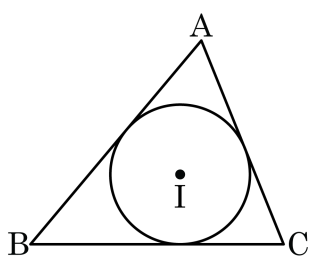


① $190°$ ② $191°$ ③ $192°$ ④ $194°$ ⑤ $198°$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle\mathrm{IAB} = \angle\mathrm{IAC} = a$,
$\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

37. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



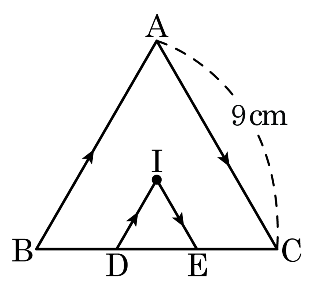
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

38. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



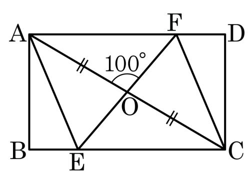
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,
$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

39. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$	㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$
㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$	㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$
㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$	㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

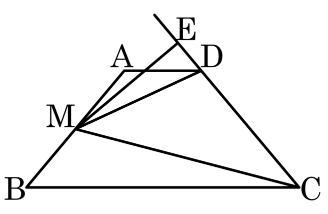
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$ 는 성립할 필요 없다.

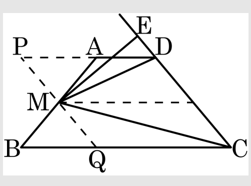
40. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle CME = 18$, $\triangle EMD = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

$\triangle PMA \equiv \triangle MBQ$ (ASA 합동)

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $\square PQCD$ 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned} \square PQCD &= 2\triangle DMC \\ &= 2(\triangle CME - \triangle EMD) \\ &= 24 \end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

41. 2, 3, 4, 5 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수 중 짝수의 가짓수는?

① 3 가지　② 4 가지　③ 5 가지
④ 6 가지　⑤ 7 가지

해설

짝수는 일의 자리가 2 또는 4 인 경우이다. 일의 자리가 2 인 경우에 만들 수 있는 정수는 32, 42, 52 의 3 개이고, 일의 자리가 4 인 경우에 만들 수 있는 정수는 24, 34, 54 의 3 개다. 따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 3 = 6$ (가지) 이다.

42. 5 명씩 두 팀이 참가한 마라톤 경주가 있다. n 등에게 n 점을 주기로 하고 점수의 합이 낮은 팀이 이긴다고 한다. 같은 등수는 없다고 할 때, 경주에서 이길 수 있는 승점의 종류는 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 13 가지

해설

1 부터 10 까지의 총합은 55 , 경주에서 이길 수 있는 승점은 15 점부터 27 점까지이므로 13 가지

∴ 13 가지

43. 예지, 진우, 찬영, 석규, 여준가 한 줄로 서려고 한다. 예지가 가운데 서게 될 확률은?

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

(전체 경우의 수)$=5\times4\times3\times2\times1$이고, (예지가 가운데 서는 경우의 수)$=4\times3\times2\times1$이므로

구하는 확률은 $\frac{4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{5}$ 이다.

44. 0 과 2 를 이용하여 8 자리 자연수를 만들 때, 숫자 2 가 적어도 3 개 포함되는 수가 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{16}$

해설

8 자리 자연수는 2 로 시작되어야 하기 때문에 0 과 2 를 이용하여 만들 수 있는 자연수의 개수는 2^7 개 이고

(1) 숫자 2 를 한 개도 포함하지 않는 경우 : 0 가지

(2) 숫자 2 를 한 개 포함하는 경우 : 1 가지

(3) 숫자 2 를 두 개 포함하는 경우 : 7 가지

숫자 2 를 적어도 세 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1), (2), (3)의 경우의 수를 뺀 것이므로 구하는 확률은 $1 - \frac{8}{2^7} = \frac{15}{16}$ 이다.

45. 수학 선수권 야구 대회에서 어떤 야구 선수가 60 타석 중 안타는 16 타를 쳤다. 수학 선수권 야구 대회에서는 보통 150 타석을 가질 때, 타율이 3 할 이상이려면 앞으로 안타를 몇 개 이상 쳐야 하겠는지 구하여라.

▶ 답: 개이상

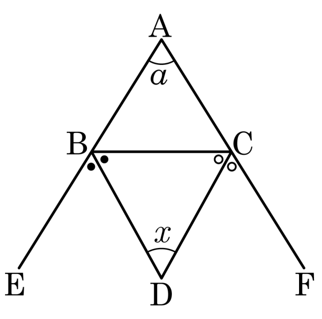
▷ 정답: 29 개이상

해설

$\frac{16+x}{150} \geq \frac{3}{10}$

$\therefore x \geq 29$ (개)

46. 아래 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle BAC = a°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $\left(180 - \frac{a}{2}\right)°$　② $\left(90 - \frac{a}{2}\right)°$　③ $\left(180 - \frac{a}{4}\right)°$
④ $\left(90 - \frac{a}{4}\right)°$　⑤ $(90 - a)°$

해설

$\angle ABC + \angle ACB = 180° - a$

$\angle DBC + \angle DCB$

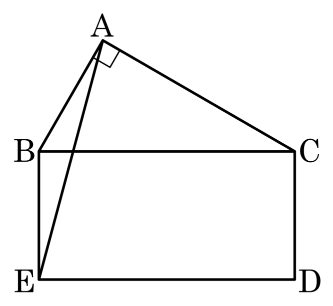
$= \frac{1}{2}(180° - \angle ABC) + \frac{1}{2}(180° - \angle ACB)$

$= \frac{1}{2}(180° + a)$

$\therefore \angle BDC = 180° - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 180° - \frac{1}{2}(180° + a) = 90° - \frac{a}{2}$

47. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형이고, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

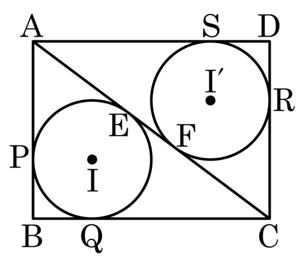
$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60°$ 이다.

또, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150°$

$\therefore\ \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

48. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내접원 I, I′ 과 대각선 AC 와의 교점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

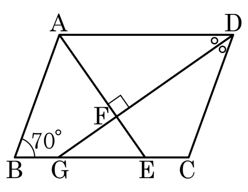
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(6 - x) + (10 - x) = 8 \ \therefore x = 4(\text{cm})$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF} = 10 - (4 + 4) = 2(\text{cm})$

49. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, 수선의 발을 F, $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 한다. $\angle B = 70°$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?



① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

해설

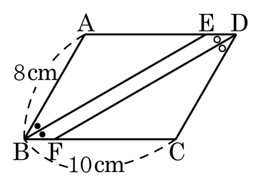
$\angle B = \angle D = 70°$ 이므로 $\angle ADG = \frac{1}{2}\angle D = 35°$

$\angle ADG = \angle DGE$ (엇각)

$\triangle FGE$ 에서

$\angle AEB = 180° - (90° + 35°) = 55°$

50. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이는 $\square EBFD$ 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 2 배

해설

$\angle ABE = \angle AEB$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 8\,\text{cm}, \overline{ED} = 10 - 8 = 2(\,\text{cm})$

$\triangle DFC = \frac{1}{2} \times (10 - 2) \times (\text{높이}) = 4 \times (\text{높이})$

$\square EBFD = 2 \times (\text{높이})$

$\triangle DFC : \square EBFD$

$= 4 \times (\text{높이}) : 2 \times (\text{높이}) = 2 : 1$

$\therefore \triangle DFC = 2\square EBFD$