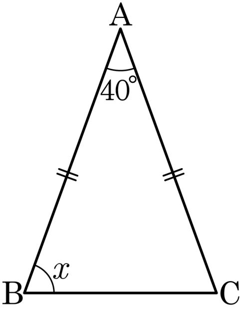
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

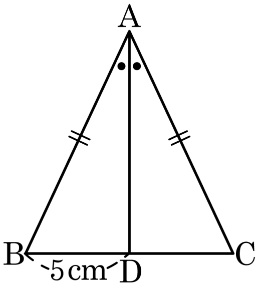
▷ 정답 : 70°

해설

$2\angle x = 180° - 40° = 140°$

$\therefore \angle x = 70°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이와 $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

▶ **답 :** ____ °

▷ **정답 :** $\overline{CD} = 5$ cm

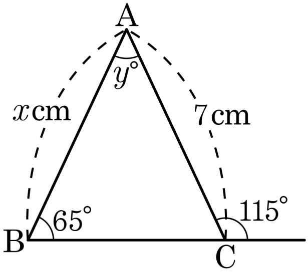
▷ **정답 :** $\angle ADC = 90$ °

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{BD} = 5(\text{cm}), \angle ADC = 90°$

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 주어졌을 때, x, y의 값은?



① $x=6$, $y=50°$ ② $x=7$, $y=45°$

③ $x=7$, $y=50°$ ④ $x=7$, $y=65°$

⑤ $x=8$, $y=50°$

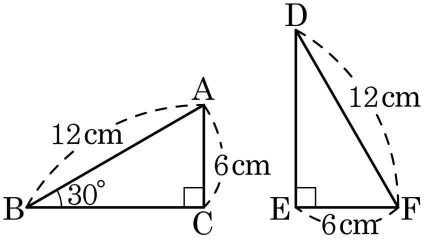
해설

$\angle ACB = 65°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore x=7$

그리고 $y = 180° - 65° \times 2 = 50°$

4. 다음 두 직각삼각형이 합동이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{FD}$

② $\angle ACB = \angle FED$

③ $\angle ABC = \angle FDE$

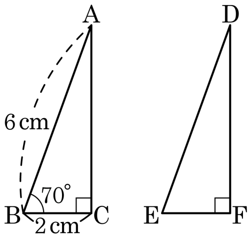
④ $\overline{BC} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{FD}$ (H) ② $\angle ACB = \angle FED$ (R) ⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$ (S)
즉, RHS 합동

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 합동일 때 $\overline{EF}$의 길이와 $\angle D$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▶ 답: ______ °

▷ 정답: $\overline{EF} = 2$ cm

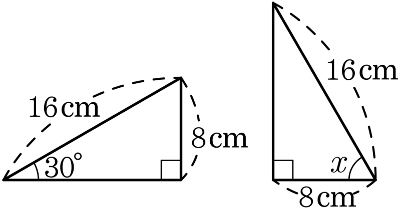
▷ 정답: $\angle D = 20$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{BC} = 2(\mathrm{cm}),\ \angle D = 20°$

6. 다음 두 직각삼각형의 합동조건을 쓰고 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : 합동

▶ 답 : °

▷ 정답 : RHS 합동

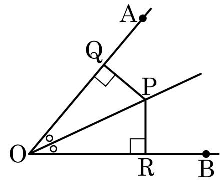
▷ 정답 : 60 °

해설

한 각이 직각(R)이고, 빗변의 길이(H)가 같고, 다른 한 변의 길이(S)가 같으므로, RHS 합동

$\therefore \angle x = 90° - 30° = 60°$

7. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle OQP = \angle ORP$
㉡ $\angle AOP = \angle BOP$
㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$
㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$
㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

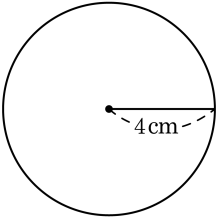
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{OP}$ 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 이다.
$\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

8. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



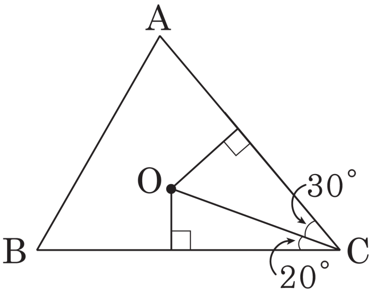
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.
따라서 $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = 20°$

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 에서

$\angle OAB = 90° - (20° + 30°) = 40°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = 40°$

$\therefore \angle B = 40° + 20° = 60°$

10. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

> 1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
> 2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
> 3. ________________________________
> 4. 그린 원을 오린다.

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다

③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.

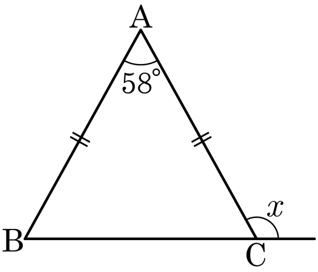
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

> 1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
> 2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
> 3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
> 4. 그린 원을 오린다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 58°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 118° ② 119° ③ 120° ④ 121° ⑤ 122°

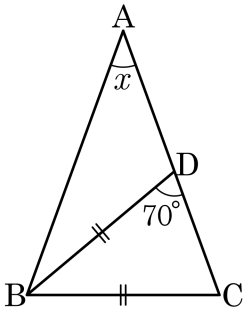
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 58°) = 61°$

$\therefore \angle x = 180° - 61° = 119°$

12. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 가 되도록 AC 위에 점 D 를 잡을 때, $\angle x$ 의 값은?



① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로 이등변삼각형

$\angle BDC = \angle BCD = 70°$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 70°$

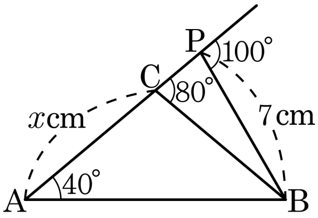
따라서 $\angle x + \angle ABC + \angle ACB = 180°$ 이므로

$\angle x + 70° + 70° = 180°$

$\angle x + 140° = 180°$

$\therefore \angle x = 40°$

13. 다음 그림에서 x 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle BPC = 180° - 100° = 80°$ 이므로

$\triangle BPC$ 는 이등변 삼각형

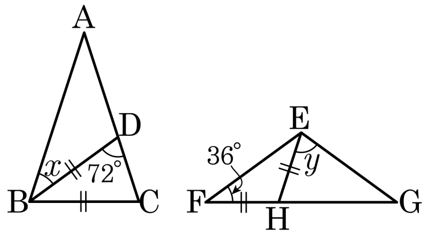
또 $\angle BCA = 180° - 80° = 100°$ 이고

$\angle ABC = 180° - (100° + 40°) = 40°$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형

따라서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BP} = 7\text{cm}$

14. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{EFG}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}, \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{EG}}$ 일 때, $\angle x+\angle y$ 의 크기는 ?

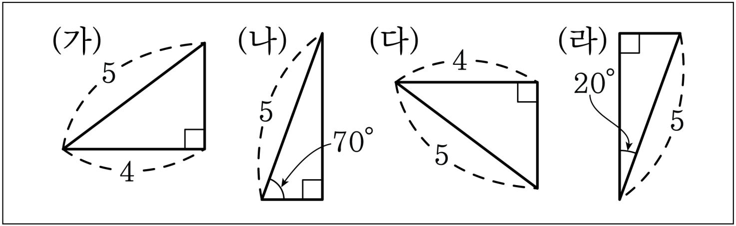


① $104\,°$ ② $105\,°$ ③ $106\,°$ ④ $107\,°$ ⑤ $108\,°$

해설

$\triangle\mathrm{BCD}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{CBD} = 180\,° - 2\times 72\,° = 36\,°$
$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{ACB} = 72\,°$
$\therefore \angle x = 72\,° - 36\,° = 36\,°$
$\triangle\mathrm{EFG}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{FGE} = 36\,°, \angle\mathrm{FEG} = 108\,°$
또 $\triangle\mathrm{EFH}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{EFH} = \angle\mathrm{FEH} = 36\,°$
$\therefore \angle y = 108\,° - 36\,° = 72\,°$
따라서 $\angle x + \angle y = 36\,° + 72\,° = 108\,°$

15. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



① (가)와 (라) ② (가)와 (다) ③ (나)와 (라)

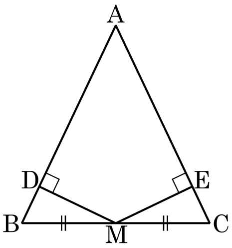
④ (가)와 (나) ⑤ (나)와 (다)

해설

(가)와 (다) ⇒ RHS 합동

(나)와 (라) ⇒ RHA 합동

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$ ② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$ ④ $\angle BDM=\angle CEM$

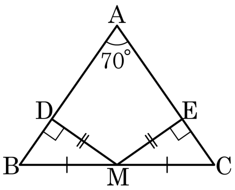
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 70^\circ$, 변 BC 의 중점 M 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다. $\angle BMD$ 의 크기는?



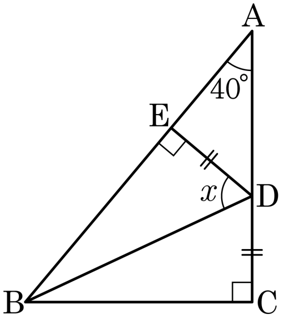
① 35° ② 30° ③ 25°

④ 20° ⑤ 15°

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 는 RHS 합동조건에 의해 합동이 된다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 같게 되고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이 되어 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 55° 가 된다.
따라서 $\angle BMD$ 는 35° 이다.

18. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90°$, $\angle A = 40°$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

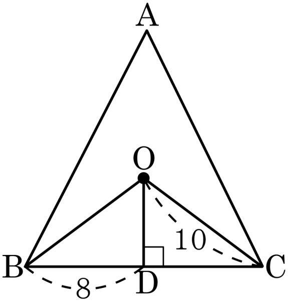


① 45° ② 50° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC$(RHS합동) 이므로,
$\angle EBD = \angle CBD = 25°$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65°$

19. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

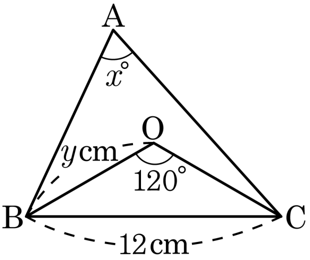


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

20. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y\text{cm}$ 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

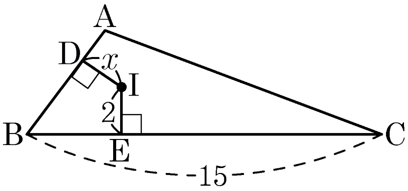
$$\angle BAC = \frac{\angle BOC}{2} = \frac{120°}{2} = 60° \text{ 이므로 } x = 60°$$

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7,\ x + y = 67$

21. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



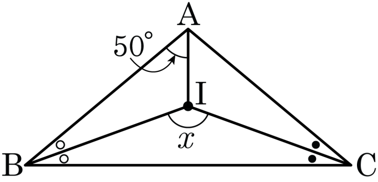
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IE} = 2$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

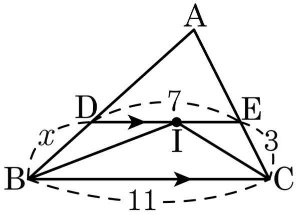


① 120°　② 130°　③ 140°　④ 150°　⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, x 의 길이는?



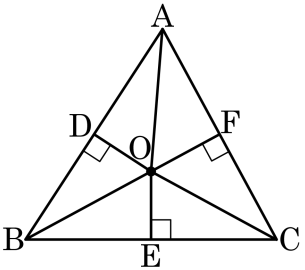
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$7 = 3 + x$ 이다. 따라서 $x = 4$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

④ $\angle DAO = \angle DBO$

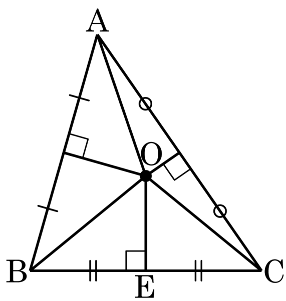
⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

25. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



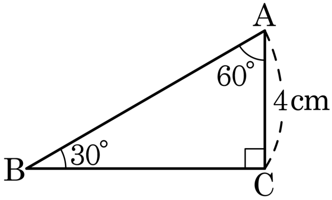
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

26. 다음 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

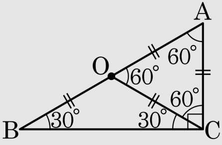


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

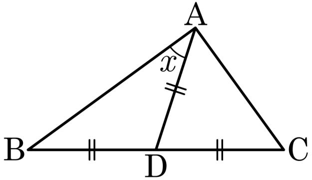


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$,

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{OA} + \overline{OB} = 8(\text{cm})$

27. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B : \angle C = 2:3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle BAD = (\qquad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

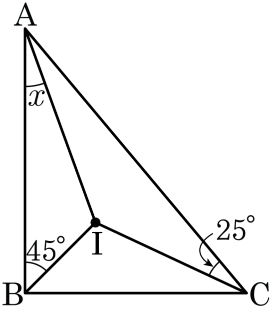
$\angle B = \angle BAD$, $\angle C = \angle DAC$이므로

$\angle B : \angle C = 2:3$에서 $\angle C = \frac{3}{2}x$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ$

$\therefore\ x = 36^\circ$

28. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = ($ $)^{\circ}$이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

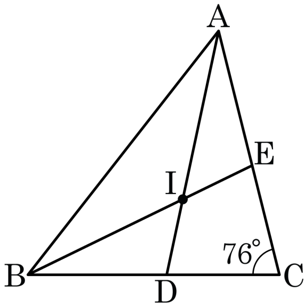
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 45° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x = 20°$

29. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

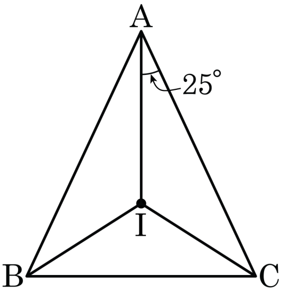
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

30. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



① 105°　② 110°　③ 115°　④ 120°　⑤ 125°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle A$이다.

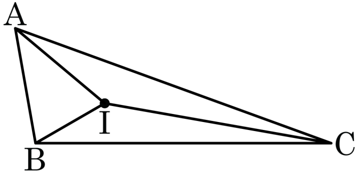
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle CAI = 25°$이면 $\angle BAI = 25°$이다.

$\angle A = \angle BAC = 50°$

$\therefore\ \angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2} \times 50° = 115°$

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle ABC$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

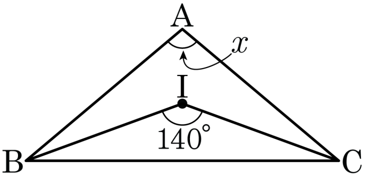
해설

$$\angle AIC = 360° \times \frac{7}{5+6+7} = 140°$$

$$\angle AIC = 140° = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC$$

$$\therefore \angle ABC = 100°$$

32. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



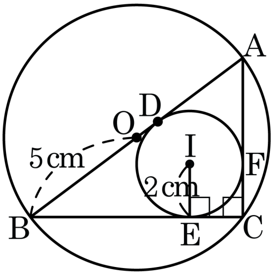
① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$$

$$\therefore \angle x = 100°$$

33. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 △ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, △ABC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 △ABC 는 직각삼각형이다.

$\overline{AD} = \overline{AF} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

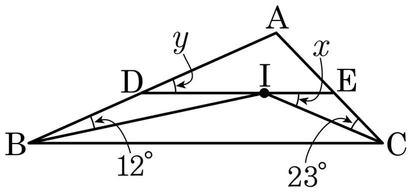
따라서

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{IE} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}$$

34. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $x+y = (\quad)°$ 의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12°$, $\angle ICB = \angle ECI = 23°$

$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12°$, $\angle ICB = \angle EIC = 23°$ 이다.

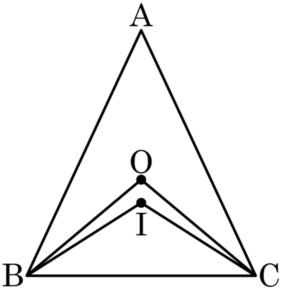
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23°$ 이다.

또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24°$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47°$ 이다.

35. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 115 °

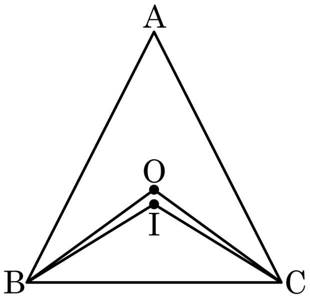
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 50°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

따라서 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 50° + 90° = 115°$ 이다.

36. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: _____ °

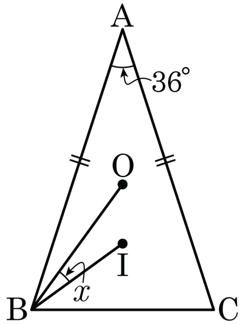
▷ 정답: 54 °

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle BOC = 144°$ 이므로 $\angle BOC = 108°$ 이다.

따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54°$ 이다.

37. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

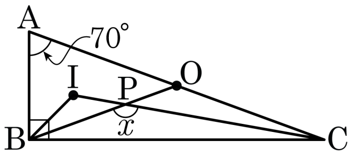
$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

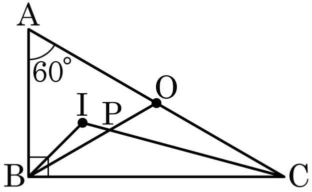
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

39. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow$ $\angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠

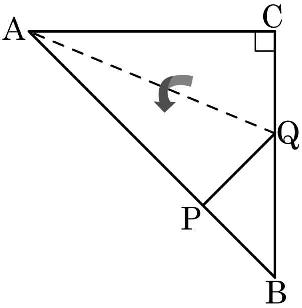
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB =$ $15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°)$ $= 45°$ 이다. ⋯㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP =$ $120° + 15° = 135°$

40. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$

② $\overline{AP} = \overline{AC}$

③ $\angle PAQ = \angle CAQ$

④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

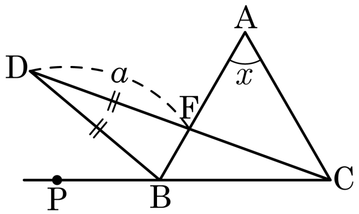
⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로

$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

41. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{BDF}$ 는 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 인 이등변삼각형이다. 주어진 [조건]에 따랐을 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이를 a 로 나타내어라.



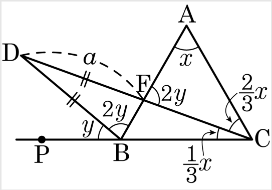
㉠ $\angle\mathrm{DCB} = \frac{1}{3}\angle x$ ㉡ $\angle\mathrm{DCA} = \frac{2}{3}\angle x$ ㉢ $2\angle\mathrm{DBP} = \angle\mathrm{DBF} = \angle\mathrm{DFB}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $3a$

해설

$\angle\mathrm{PBD} = \angle y$ 라고 하면



$\triangle\mathrm{AFC}$ 에서 $2\angle y + \frac{5}{3}\angle x = 180°$ 이고

또 $\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{PBA}$ 이므로

$2\angle x = 3\angle y$ 에서 $\angle y = \frac{2}{3}\angle x$ 이다.

따라서 $2\left(\frac{2}{3}\angle x\right) + \frac{5}{3}\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$,$\angle y = 40°$

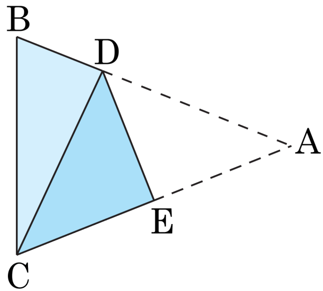
$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 정삼각형

$\triangle\mathrm{BDF}$ 와 $\triangle\mathrm{DBC}$ 에서 $\angle\mathrm{BDF} = 20°$, $\angle\mathrm{BCD} = 20°$ 이므로

$\triangle\mathrm{DBC}$ 는 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = a$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는 $3a$ 이다.

42. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\dfrac{130}{3}\underline{°}$

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

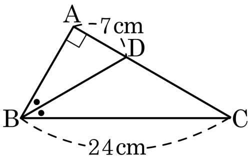
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \dfrac{130°}{3}$

$\therefore\ \angle A = \dfrac{130°}{3}$

43. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 24\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$의 넓이를 구하여라.

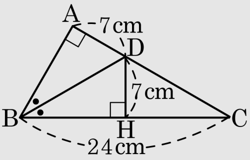


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

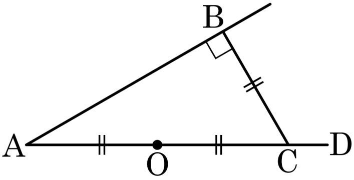
▷ 정답 : $84\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

($\triangle DBC$의 넓이) $= 24 \times 7 \times \dfrac{1}{2} = 84\ (\mathrm{cm}^2)$



44. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.

따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$

$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠

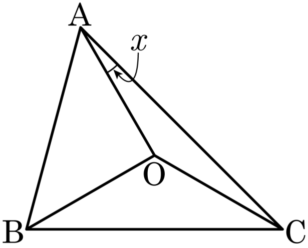
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형

$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

45. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$　② $15°$　③ $20°$　④ $25°$　⑤ $30°$

해설

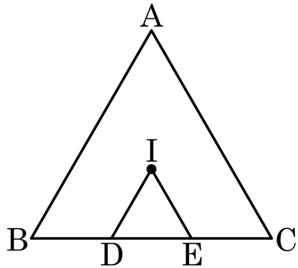
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \dfrac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \dfrac{1}{2} = 15°$

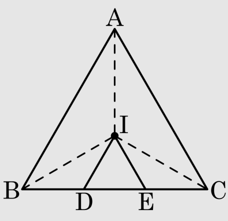
46. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $60\,\underline{^{\circ}}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30\,^{\circ}$

따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$

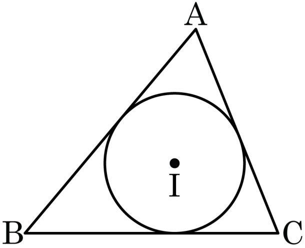
$\angle DIB = \angle ABI = 30\,^{\circ}$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30\,^{\circ}$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90\,^{\circ} + \dfrac{1}{2}\angle A = 120\,^{\circ}$ 이므로

$\angle DIE = 120\,^{\circ} - (30\,^{\circ} + 30\,^{\circ}) = 60\,^{\circ}$ 이다.

47. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



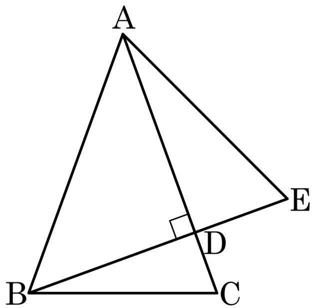
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

48. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle ACB$, $\angle BAE = \angle BEA$, $\angle ADB = 90°$ 이다. 이때 $\angle EAD + \angle DBC$ 의 크기를 구하여라.

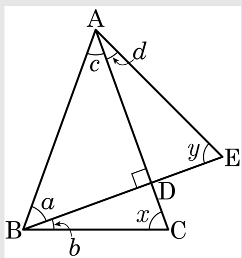


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

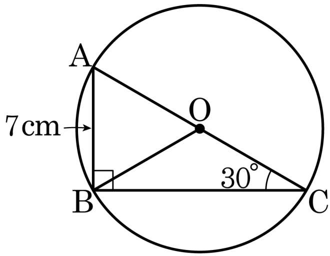
▷ 정답 : 45 $\underline{^{\circ}}$

해설

다음 그림과 같이 놓으면 $a+b=x$, $c+d=y \cdots$ ㉠ $\triangle DBC$, $\triangle DBA$, $\triangle DAE$는 모두 직각삼각형이므로 $b+x=90°$, $a+c=90°$, $d+y=90° \cdots$ ㉡
㉡의 세 식을 변끼리 모두 더하면 $a+b+c+d+x+y=270°$ ㉠을 ㉡에 대입하면
$x+y=135°$
$\therefore\ b+d=\angle EAD+\angle DBC=180°-135°=45°$



49. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\angle C = 30°$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 49π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\angle A = 90° - \angle C = 90° - 30° = 60°$

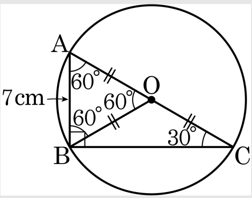
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로, $\angle ABO = 60°$

따라서 $\triangle OAB$ 는 정삼각형이고, 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

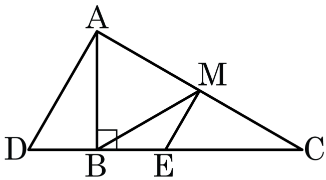
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 7(\text{cm})$

따라서 원 O 의 반지름의 길이가 7cm 이므로

그 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi(\text{cm}^2)$



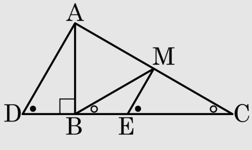
50. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M 이라 하고, 변 BC 의 연장선 위에 $\angle ADB = 2 \times \angle ACB$ 가 되는 점 D 를 잡고, 선분 AD 와 평행하면서 점 M 을 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E라고 정한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{ME} = 5$ 일 때, 선분 BE 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



직각삼각형 ABC 에서 점 M 은 빗변 AC 의 중점이므로 직각삼각형 ABC 의 외심이다.

$\therefore\ \overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$

즉, $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle C = \angle MBC \cdots$ ㉠

또, 선분 AD 와 ME 가 평행하므로

$\angle D = \angle MEC$ (동위각)

$\triangle BEM$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle MEC = \angle BME + \angle MBE$ 이므로

$\angle BME = \angle MEC - \angle MBE = \angle D - \angle C$

$2\angle C - \angle C = \angle C \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\angle MBE = \angle BME$ 이므로

$\triangle BEM$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 선분 BE 의 길이는 5 이다.