

1.  $A = \{0, 1, 2\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\{1\} \subset A$

②  $\{1, 2, 0\} \subset A$

③  $\{0\} \subset A$

④  $0 \subset A$

⑤  $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 집합  $A$ 의 원소이므로  $\in$  기호를 이용하여 나타내어야 한다.

2. 집합  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 256 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

(부분집합의 개수)  $= 2 \times 2 = 256$ (개)

3. 두 집합  $A = \{3, 7, 9\}$ ,  $B = \{7, 3, a+2\}$ 에 대하여  $A = B$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

두 집합이 서로 같으려면  $a+2=9$  이어야 하므로  $a=7$

4. 두 집합  $A = \{\text{알, 프, 스, 소, 너, 하, 이, 디}\}$ ,  $B = \{\text{아, 라, 비, 안, 나, 이, 트}\}$ 에 대하여  $A$ 와  $B$ 의 교집합은?

- ① {프}                      ② {이}                      ③ {아, 이}  
④ {알, 나}                  ⑤ {안, 이}

해설

$$A \cap B = \{\text{이}\}$$

5. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A = \{b, c, f\}$ ,  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$  일 때,  $B - A$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\{a, d, e\}$

해설

$$B - A = \{a, b, c, d, e, f\} - \{b, c, f\} = \{a, d, e\}$$

6. 분수식  $\frac{1}{1-\frac{1}{x}}$  을 간단히 하면?

①  $-\frac{1}{x+1}$

②  $\frac{x+1}{x}$

③  $\frac{x}{x-1}$

④  $\frac{x-1}{x}$

⑤  $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1-\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

7. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

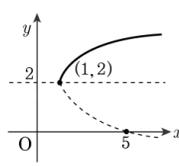
①  $y = 2 - \sqrt{x-1}$

②  $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③  $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④  $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤  $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )의 그래프를  
 $x$ 축으로 1,  $y$ 축으로 2만큼 평행이동한  
그래프이므로  $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$  ( $a > 0$ ) 꼴이다.  
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은  $x \geq 1, y \geq 2$ 이므로  
 $x = a(y-2)^2 + 1$   
점 (5, 0)을 지나므로  
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$   
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

8. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$  일 때,  $n(A)$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$  이므로  
 $n(A) = 4$

9.  $a > 0$  일 때,  $A = 1 + \frac{a}{2}$ ,  $B = \sqrt{1+a}$  의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ①  $A > B$                       ②  $A < B$                       ③  $A \geq B$   
④  $A \leq B$                       ⑤  $A = B$

해설

$a > 0$  이므로  $1 + \frac{a}{2} > 0$ ,  $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서  $A^2 > B^2$  이므로  $A > B$  이다.

10.  $x > 3$ 일 때  $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

- ① 3      ② 5      ③ 12      ④ 15      ⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때,  $x > 3$ 이므로  $3(x-3) > 0$ ,  $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는  $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$ , 즉  $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

11.  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고,  $a + b + c = 14$ 일 때,  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

12. 함수  $f(x) = |4x + a| + b$  는  $x = 3$  일 때, 최솟값  $-2$  를 가진다. 이때, 상수  $a, b$  의 값에 대하여  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4\left(x + \frac{a}{4}\right) \right| + b$  의 그래프는

$y = |4x|$  의 그래프를

$x$  축의 방향으로  $-\frac{a}{4}$  만큼,  $y$  축의 방향

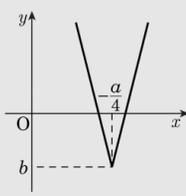
으로  $b$  만큼 평행이동한 것이므로 다음  
그림과 같다.

따라서  $x = -\frac{a}{4}$  일 때

최솟값  $b$  를 가지므로  $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서  $a = -12, b = -2$  이므로

$\therefore b - a = 10$



13.  $2x = 3y$ 일 때,  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은? (단,  $xy \neq 0$ )

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{2}{5}$       ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

$$2x = 3y \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k \rightarrow x = 3k, y = 2k$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} = \frac{(3k)^2 - (2k)^2}{(3k)^2 + 3k \times 2k} = \frac{5k^2}{15k^2} = \frac{1}{3}$$

14.  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$  일 때,  $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

15. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록  $x$ 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

- ①  $-2 \leq x \leq 1$       ②  $0 \leq x \leq 1$       ③  $1 < x < 2$   
④  $-1 \leq x \leq 2$       ⑤  $1 \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq -1 \\2-x &\geq 0 \quad \therefore x \leq 2 \\x-1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq 1 \\ \text{공통부분을 구하면 } &1 \leq x \leq 2\end{aligned}$$

16. 유리수  $a, b$ 가 등식  $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때,  $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

17. 함수  $y = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(3, -2)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  의 합  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프가 점  $(3, -2)$  를 지나므로  $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수  $y = f^{-1}(x)$  가 점  $(3, -2)$  을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서  $a = 2, b = -8$

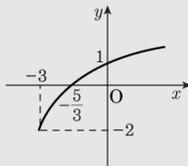
$$\therefore a + b = -6$$

18. 무리함수  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는  $x$  축과 점  $(\frac{5}{3}, 0)$  에서 만난다.
- ② 정의역은  $\{x|x \leq -3\}$  이다.
- ③ 치역은  $\{y|y \geq -1\}$  이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

**해설**

- ①  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  에  $x = \frac{5}{3}$  를 대입하면  
 $y = \sqrt{14} - 2$   
 따라서, 점  $(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2)$  를 지난다.
- ②  $9 + 3x \geq 0$  에서  $x \geq -3$   
 따라서, 정의역은  $\{x|x \geq -3\}$  이다.
- ③  $\sqrt{9+3x} \geq 0$  이므로 치역은  
 $\{y|y \geq -2\}$  이다.
- ④  $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$  이므로  
 $y = \sqrt{3x}$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로  $-3$  만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이다.
- ⑤  $y = \sqrt{9+3x} - 2$  의 그래프는  
 그림과 같으므로  
 제4 사분면을 지나지 않는다.



19.  $x > 2$ 에서 정의된 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때,  $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

20. 집합  $A = \{a, b, c, d\}$  에 대하여 다음을 만족하는 집합  $X$  의 개수는?

$$\{c, d\} \subset X \subset A$$

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

$X$  는 원소  $c, d$  를 반드시 포함하는  $A$  의 부분집합이므로  $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)이다.

21.  $n$  이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ $n^2$  이 12의 배수이면  $n$  은 12의 배수이다.’

▶ 답:                      가지

▷ 정답: 8가지

**해설**

명제가 거짓임을 보이는 반례는  $n^2$  이 12의 배수이면서  $n$  이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉,  $n$  은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$

22.  $|x-3| \leq 7$  은  $|x-2| \leq a$  이기 위한 필요조건이고  $x \leq b$  이기 위한 충분조건일 때,  $a$  의 최댓값과  $b$  의 최솟값의 합은?(단,  $b > 0$ )

① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

해설

$|x-3| \leq 7$  을 만족하는 집합을  $P$ ,  
 $|x-2| \leq a$  을 만족하는 집합을  $Q$ ,  
 $x \leq b$  를 만족하는 집합을  $R$  이라 하면,  
 $P \subset R$  이므로  $Q \subset P$   
즉  $Q \subset P \subset R$  이다.  
따라서  $Q$  는  $-a \leq x-2 \leq a$  에서  
 $2-a \leq x \leq a+2$ ,  $P$  는  $-4 \leq x \leq 10$ ,  
 $R$  은  $x \leq b$  이므로  
 $2-a \geq -4$ ,  $a+2 \leq 10$  이므로  
 $a \leq 6$ ,  $a \leq 8$  에서  $a \leq 6$  이므로  
 $a$  의 최댓값은 6,  
또한  $b \leq 10$  이므로  $b$  의 최솟값은 10  
따라서  $a$  의 최댓값과  $b$  의 최솟값의 합은 16

23. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (x \text{가 유리수}) \\ 2x & (x \text{가 무리수}) \end{cases} \text{일 때,}$$

$f(x) - f(x-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

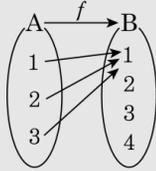
(i)  $x$ 가 유리수일 때,  $x-1$ 도 유리수이므로  
 $f(x) - f(x-1) = 2x-1 - \{2(x-1) - 1\}$   
 $= 2x-1 - (2x-3) = 2$   
(ii)  $x$ 가 무리수일 때,  $x-1$ 도 무리수이므로  
 $f(x) - f(x-1) = 2x - 2(x-1) = 2$   
따라서 (i),(ii)에서 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $f(x) - f(x-1) = 2$

24. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$  와  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  에서  $A$  에서  $B$  로의 함수의 개수를  $a$ , 일대일 함수의 개수를  $b$ , 상수함수의 개수를  $c$  라 할 때,  $a+b+c$  의 값을 구하면?

- ① 64      ② 32      ③ 128      ④ 92      ⑤ 48

해설

- (1) 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 가능하게 3 번 선택하여 놓는 경우와 같으므로  
 $\therefore a = 4 \times 4 \times 4 = 64$   
 (2) 일대일 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 없이 3 번 선택하여 놓는 경우이므로  
 $\therefore b = 4 \times 3 \times 2 = 24$   
 (3) 상수함수의 개수 : 그림과 같이 1, 2, 3, 4 중 한 원소에만 대응되는 경우이므로  
 $\therefore c = 4$



$\therefore a + b + c = 92$

25. 두 함수  $f(x) = x^2 - 5$ ,  $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$  에 대하여  $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} (g \circ f)(2) + (g \circ f)(3) &= g(f(2)) + g(f(3)) \\ &= g(-1) + g(4) \\ &= (-1)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

26. 함수  $f(x) = x + 1$  라 할 때,  $f^{10}(2)$  의 값을 구하여라. (단,  $f^2 = f \circ f, f^n = f^{n-1} \circ f$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ = (x+1) + 1 = x+2$$

$$f^3(x) = (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ = (x+1) + 2 = x+3$$

$$f^4(x) = (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ = (x+1) + 3 = x+4$$

...

$$f^n(x) = x+n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2+10 = 12$$

27. 두 함수  $f(x) = x + a$ ,  $g(x) = bx + c$  에 대하여  $(f \circ g)(x) = 2x - 1$ ,  $g^{-1}(1) = 2$  이 성립할 때, 상수  $a, b, c$ 의 합을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$g^{-1}(1) = 2 \text{ 에서 } g(2) = 1$$

$$g(2) = 2b + c = 1 \cdots \text{㉠}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) + a = bx + c + a = 2x - 1 \text{ 이고}$$

모든  $x$  에 대하여 성립해야 하므로

$$b = 2 \cdots \text{㉡}$$

$$c + a = -1 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립으로 풀면

$$a = 2, b = 2, c = -3$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 2 + (-3) = 1$$

28. 집합  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  일 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $n(A) = 0$

②  $0 \in A$

③  $\{\emptyset\} \notin A$

④  $\emptyset \in A$

⑤  $\{0\} \subset A$

해설

집합  $A$  의 원소는  $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  이므로

①  $n(A) = 3$

②  $0 \notin A$

③  $\{\emptyset\} \in A$

⑤  $\{0\} \not\subset A$

29. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A) = 20, n(B) = 16, n(A \cup B) = 29$  일 때,  $n(A - B) - n(B - A)$  는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

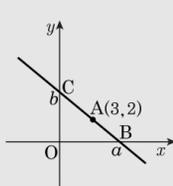
$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

30. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때,  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤  $2\sqrt{6}$

해설

$\triangle OBC$  의 넓이를  $S$  라 하면  
 $S = \frac{1}{2}ab$ ,  $A(3,2)$  는 직선  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  위의 점이므로



$$1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

양변을 제곱하면  $1 \geq \frac{12}{S} \quad \therefore S \geq 12$

따라서  $\triangle OBC$  의 넓이의 최솟값은 12 이다.

31.  $a > 1$ 일 때,  $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$ 의 최솟값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\frac{1}{a-1} > 0$$

$$4(a-1) + 1 + \frac{1}{a-1} \geq 2 \cdot \sqrt{4(a-1) \cdot \frac{1}{a-1}} + 1$$

$$= 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

32. 다음 보기의 함수  $f(x)$  중  $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$  가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $f(x) = x + 1$                       ㉡  $f(x) = -x$   
 ㉢  $f(x) = -x + 1$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉢                      ④ ㉠, ㉢                      ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠.  $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(x+1))$   
 $= f((x+1)+1) = f(x+2)$   
 $= (x+2)+1 = x+3$   
 $\therefore (f \circ f \circ f)(x) \neq f(x)$   
 ㉡.  $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x))$   
 $= f(-(-x)) = f(x)$   
 ㉢.  $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x+1))$   
 $= f(-(-x+1)+1) = f(x)$   
 따라서  $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$  가 성립하는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

33.  $0 < a < 1$ 이고  $x = a + \frac{1}{a}$ 일 때,  $\sqrt{x^2 - 4} + x$ 를  $a$ 로 나타내면?

- ①  $2a$       ②  $\frac{2}{a}$       ③  $-\frac{2}{a}$       ④  $-2a$       ⑤  $0$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 4} + x &= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + a + \frac{1}{a} \\ &= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + a + \frac{1}{a} \\ &= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + a + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \\ &\left(\because 0 < a < 1 \text{일 때, } a < \frac{1}{a}\right)\end{aligned}$$