

1. $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{1\} \subset A$

② $\{1, 2, 0\} \subset A$

③ $\{0\} \subset A$

④ $0 \subset A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0 은 집합 A 의 원소이므로 $\in$ 기호를 이용하여 나타내어야 한다.

2. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$(\text{부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256(\text{개})$$

3. 두 집합 $A = \{3, 7, 9\}$, $B = \{7, 3, a + 2\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

두 집합이 서로 같으려면 $a + 2 = 9$ 이어야 하므로 $a = 7$

4. 두 집합 $A = \{\text{알, 프, 스, 소, 녀, 하, 이, 디}\}$, $B = \{\text{아, 라, 비, 안, 나, 이, 트}\}$ 에 대하여 A 와 B 의 교집합은?

① {프}

② {이}

③ {아, 이}

④ {알, 나}

⑤ {안, 이}

해설

$$A \cap B = \{\text{이}\}$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{b, c, f\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $B - A$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{a, d, e\}$

해설

$$B - A = \{a, b, c, d, e, f\} - \{b, c, f\} = \{a, d, e\}$$

6. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{1}{x+1}$

② $\frac{x+1}{x}$

③ $\frac{x}{x-1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$

7. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

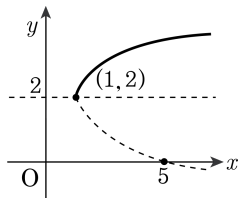
① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를

x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한

그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.

주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1, y \geq 2$ 이므로

$$x = a(y-2)^2 + 1$$

점 (5, 0)을 지나므로

$$5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$$

$$x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로

$$n(A) = 4$$

9. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

10. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때, $x > 3$ 이므로 $3(x-3) > 0$, $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$, 즉 $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

11. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

12. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

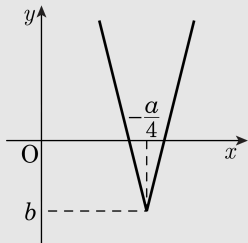
으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



13. $2x = 3y$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{2}{5}$

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$2x = 3y \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k \rightarrow x = 3k, y = 2k$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} = \frac{(3k)^2 - (2k)^2}{(3k)^2 + 3k \times 2k} = \frac{5k^2}{15k^2} = \frac{1}{3}$$

14. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p + q = 14$$

15. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

① $-2 \leq x \leq 1$

② $0 \leq x \leq 1$

③ $1 < x < 2$

④ $-1 \leq x \leq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$$x+1 \geq 0 \quad \therefore x \geq -1$$

$$2-x \geq 0 \quad \therefore x \leq 2$$

$$x-1 \geq 0 \quad \therefore x \geq 1$$

공통부분을 구하면 $1 \leq x \leq 2$

16. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

17. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots ①$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots ②$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

18. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

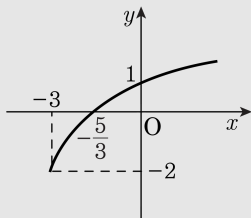
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



19. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

20. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{c, d\} \subset X \subset A$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

X 는 원소 c, d 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합이므로 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

21. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

22. $|x-3| \leq 7$ 은 $|x-2| \leq a$ 이기 위한 필요조건이고 $x \leq b$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은?(단, $b > 0$)

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

$|x-3| \leq 7$ 을 만족하는 집합을 P ,
 $|x-2| \leq a$ 을 만족하는 집합을 Q ,
 $x \leq b$ 를 만족하는 집합을 R 이라 하면,

$P \subset R$ 이므로 $Q \subset P$

즉 $Q \subset P \subset R$ 이다.

따라서 Q 는 $-a \leq x-2 \leq a$ 에서
 $2-a \leq x \leq a+2$, P 는 $-4 \leq x \leq 10$,

R 은 $x \leq b$ 이므로

$2-a \geq -4$, $a+2 \leq 10$ 이므로

$a \leq 6$, $a \leq 8$ 에서 $a \leq 6$ 이므로

a 의 최댓값은 6,

또한 $b \leq 10$ 이므로 b 의 최솟값은 10

따라서 a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은 16

23. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & (x \text{가 유리수}) \\ 2x & (x \text{가 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때,}$$

$f(x) - f(x-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(i) x 가 유리수일 때, $x-1$ 도 유리수이므로

$$\begin{aligned} f(x) - f(x-1) &= 2x - 1 - \{2(x-1) - 1\} \\ &= 2x - 1 - (2x - 3) = 2 \end{aligned}$$

(ii) x 가 무리수일 때, $x-1$ 도 무리수이므로

$$f(x) - f(x-1) = 2x - 2(x-1) = 2$$

따라서 (i), (ii)에서 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) - f(x-1) = 2$$

24. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 와 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 A 에서 B 로의 함수의 개수를 a , 일대일 함수의 개수를 b , 상수함수의 개수를 c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 64

② 32

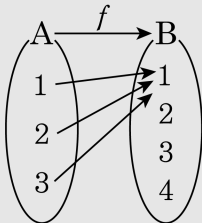
③ 128

④ 92

⑤ 48

해설

- (1) 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 가능하게 3 번 선택하여
늘어놓는 경우와 같으므로
 $\therefore a = 4 \times 4 \times 4 = 64$
- (2) 일대일 함수의 개수 : 1, 2, 3, 4 를 중복 없이 3 번 선택하여
늘어놓는 경우이므로
 $\therefore b = 4 \times 3 \times 2 = 24$
- (3) 상수함수의 개수 : 그림과 같이 1, 2, 3, 4 중 한 원소에만
대응되는 경우이므로
 $\therefore c = 4$



$$\therefore a + b + c = 92$$

25. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3) &= g(f(2)) + g(f(3)) \\ &= g(-1) + g(4) \\ &= (-1)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9\end{aligned}$$

26. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1) + 1 = x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ &= (x+1) + 2 = x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ &= (x+1) + 3 = x+4 \end{aligned}$$

...

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$

27. 두 함수 $f(x) = x + a$, $g(x) = bx + c$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 1$, $g^{-1}(1) = 2$ 이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$g^{-1}(1) = 2 \text{ 에서 } g(2) = 1$$

$$g(2) = 2b + c = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = g(x) + a = bx + c + a \\ &= 2x - 1 \text{ 이고}\end{aligned}$$

모든 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$b = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$c + a = -1 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립으로 풀면

$$a = 2, b = 2, c = -3$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 2 + (-3) = 1$$

28. 집합 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $n(A) = 0$

② $0 \in A$

③ $\{\emptyset\} \notin A$

④ $\emptyset \in A$

⑤ $\{0\} \subset A$

해설

집합 A 의 원소는 $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 이므로

① $n(A) = 3$

② $0 \notin A$

③ $\{\emptyset\} \in A$

⑤ $\{0\} \not\subset A$

29. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때,
 $n(A - B) - n(B - A)$ 는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 20 + 16 - 29 = 7$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 7 = 13$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

$$\therefore n(A - B) - n(B - A) = 13 - 9 = 4$$

30. 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

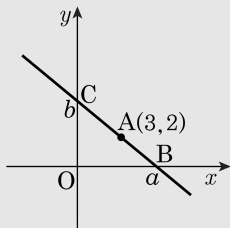
$\triangle OBC$ 의 넓이를

S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}ab, \quad A(3, 2)$$

는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 위의 점이므로

로



$$1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{3}{a} \times \frac{2}{b}} = 2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 1 \geq \frac{12}{S} \quad \therefore S \geq 12$$

따라서 $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은 12 이다.

31. $a > 1$ 일 때, $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{1}{a-1} > 0$$

$$4(a-1) + 1 + \frac{1}{a-1} \geq 2 \cdot \sqrt{4(a-1) \cdot \frac{1}{(a-1)}} + 1$$

$$= 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

32. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = -x$

㉢ $f(x) = -x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(x+1)) \\ &= f((x+1)+1) = f(x+2) \\ &= (x+2)+1 = x+3 \\ \therefore (f \circ f \circ f)(x) &\neq f(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉡. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(-x)) \\ &= f(-(-x)) = f(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉢. } (f \circ f \circ f)(x) &= f(f(f(x))) = f(f(-x+1)) \\ &= f(-(-x+1)+1) = f(x)\end{aligned}$$

따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

33. $0 < a < 1$ 이고 $x = a + \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 4} + x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $2a$ ② $\frac{2}{a}$ ③ $-\frac{2}{a}$ ④ $-2a$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 4} + x &= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + a + \frac{1}{a} \\&= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + a + \frac{1}{a} \\&= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + a + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \\&\left(\because 0 < a < 1 \text{ 일 때, } a < \frac{1}{a}\right)\end{aligned}$$