1. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

① $y=\frac{1}{2}x^2+x-1 \Rightarrow x=-1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

② $y=-\frac{1}{2}x^2-x-2 \Rightarrow x=-1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$

③ $y=-3x^2+2x-1 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$

④ $y=2x^2+12x \Rightarrow x=3$ 일 때, 최댓값 -3

⑤ $y=-x^2+5x-5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

① $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x=-1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$

② $y=-\frac{1}{2}x^2-x-2=-\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x=-1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$

④ $y=2x^2+12x=2(x+3)^2-18$

$\Rightarrow x=-3$ 일 때, 최솟값 -18

⑤ $y=-x^2+5x-5=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

$\Rightarrow x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\ &= (x-3)^2 - 14 \end{aligned}$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

3. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x+1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 \quad (M = 0)$

4. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

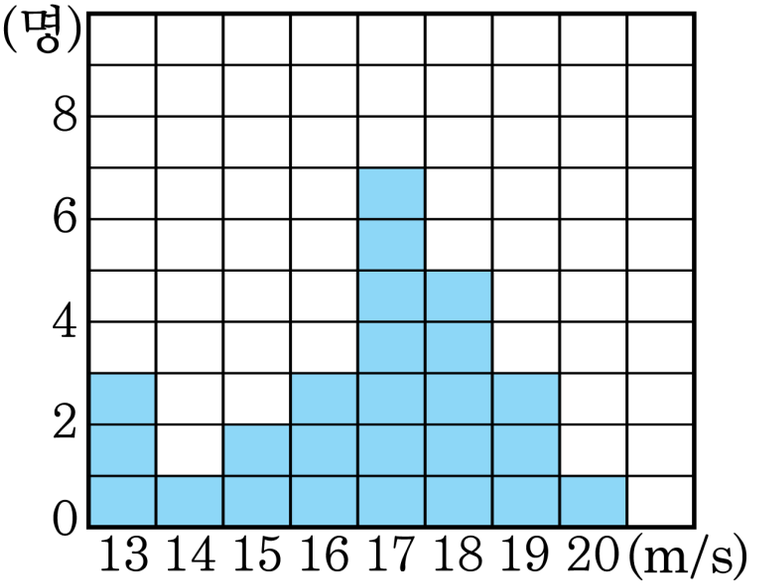
합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18-x)$ 이다.

$y = x(18-x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$

$y = -(x-9)^2 + 81$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

5. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?

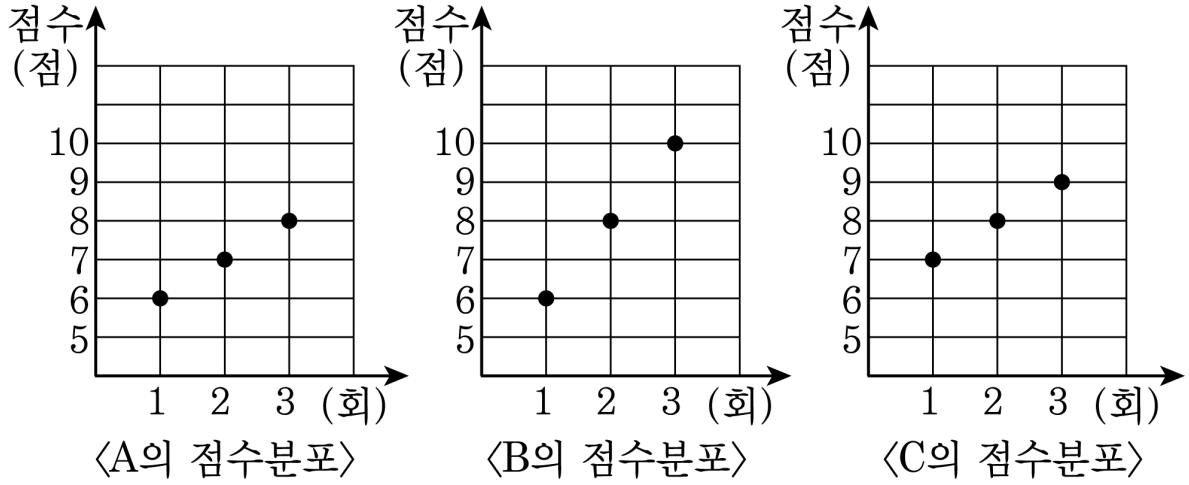


① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17 이다.

6. 다음은 A, B, C 세 사람의 3 회에 걸친 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 그래프이다. 이 중 표준편차가 다른 한 사람은 누구인지 구하여라.



〈A의 점수분포〉

〈B의 점수분포〉

〈C의 점수분포〉

▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같다.

7. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

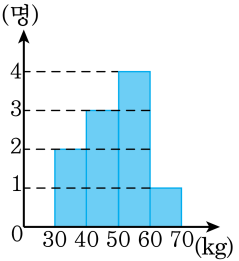
$$\frac{72+75+77+76+80}{5}=\frac{380}{5}=76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4,\ -1,\ 1, 0,\ 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-1)^2+1^2+0^2+4^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8$$

8. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

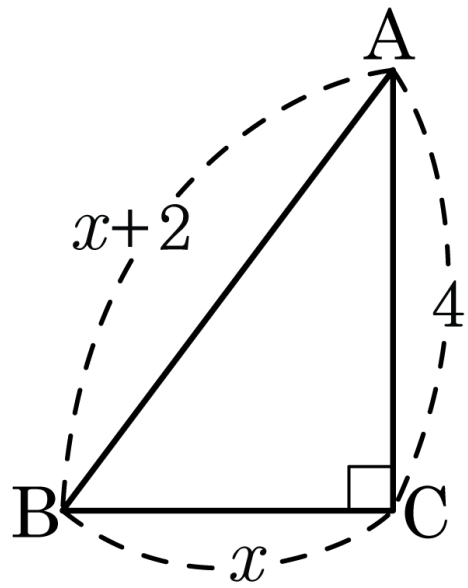
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\} =$$

$$\frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

9. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

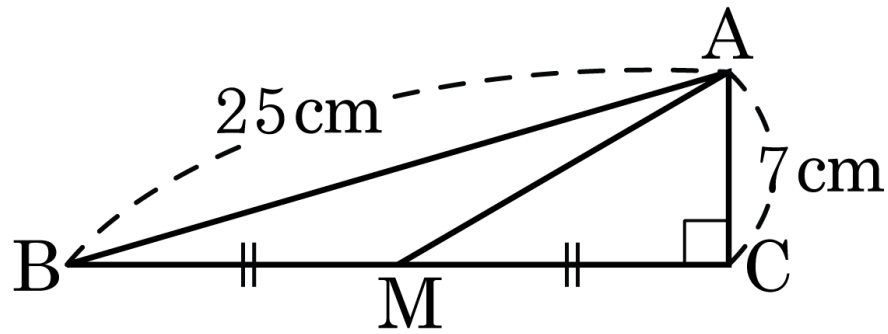
해설

$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$

$4x = 12 \therefore x = 3$

10. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\text{cm}$ ② $\sqrt{191}\text{cm}$ ③ $\sqrt{193}\text{cm}$

④ $\sqrt{194}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{199}\text{cm}$

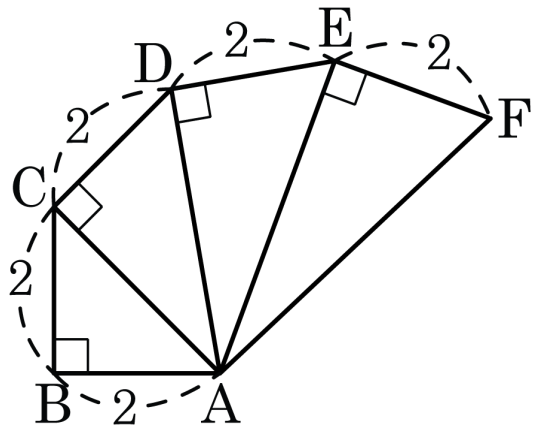
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC^2} = 25^2 - 7^2 = 576$, $\overline{BC} = 24(\text{cm})$

$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{MC}$, $\overline{MC} = 12(\text{cm})$

$\triangle AMC$ 에서 $\overline{AM^2} = 7^2 + 12^2 = 193$, $\overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

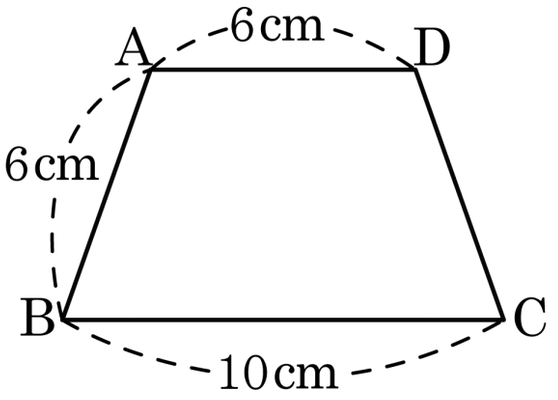
③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AE}=\sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2}=4$,
$\overline{AF}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5}=6+2\sqrt{5}$ 이다.

12. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

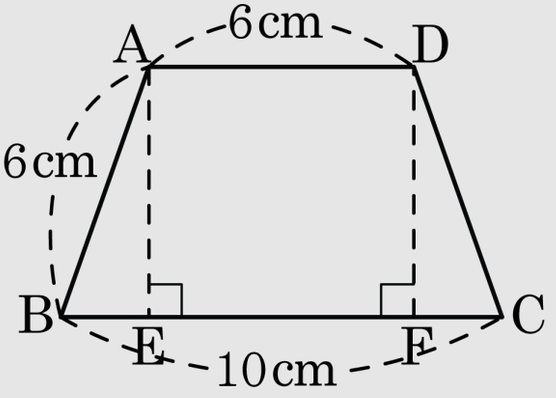


① $30\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $31\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $32\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $33\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $34\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 A 와 점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하자.



□ABCD 가 등변사다리꼴이므로 △ABE ≡ △DCF 이다. 따라서 $\overline{BE} = \overline{CF} = 2(\,\mathrm{cm})$

△ABE 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AE} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$

따라서 □ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10+6) \times 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2}(\,\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 중 직각삼각형을 찾으면?

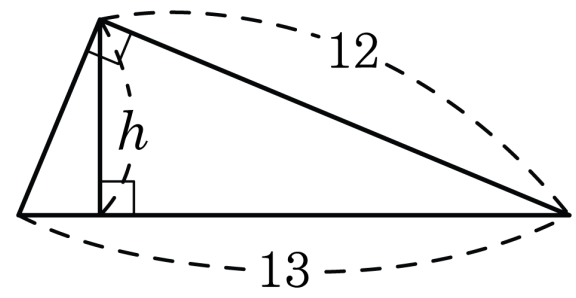
① 9, 12, 14 ② 1, $\sqrt{3}$, 2 ③ $\sqrt{5}$, 7, 9

④ 5, 7, 8 ⑤ 7, 9, 12

해설

$1^2 + \sqrt{3}^2 = 2^2$

14. 다음은 빗변을 밑변으로 하는 직각삼각형이다. 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

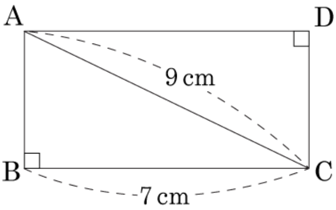
▷ 정답 : $\frac{60}{13}$

해설

직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 길이가 주어지지 않은 변의 길이는 5 이다.
주어진 직각삼각형의 넓이는 두 가지 방법으로 구할 수 있고, 이는 서로 같다.

즉, $12 \times 5 = 13h$ 이므로 $h = \frac{60}{13}$

15. 가로의 길이가 7cm , 대각선의 길이가 9cm 인 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $28\sqrt{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

피타고라스 정리에 따라

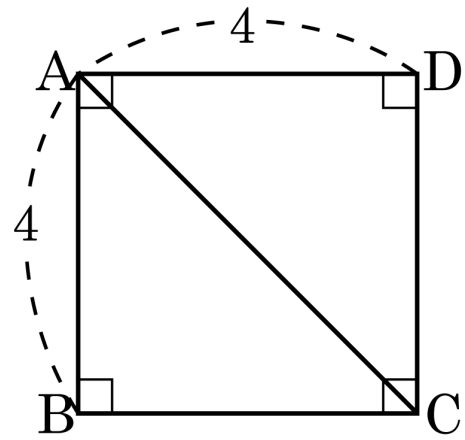
$7^2 + x^2 = 9^2$

x 는 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $x = 4\sqrt{2}$ 이므로

직사각형의 넓이는 $4\sqrt{2} \times 7 = 28\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$x^2=4^2+4^2$

$x>0$ 이므로 $x=4\sqrt{2}$

따라서 $a=4, b=2$ 이므로 $a+b=6$ 이다.

17. 한 변의 길이가 11 인 정삼각형의 높이는?

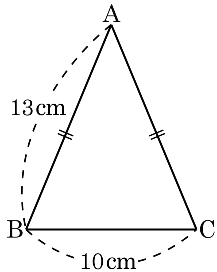
① $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{2}$

④ $11\sqrt{3}$ ⑤ 11

해설

(정삼각형의 높이)$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 11 = \frac{11\sqrt{3}}{2}$

18. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

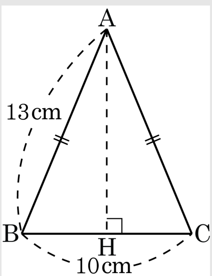


▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** $60\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

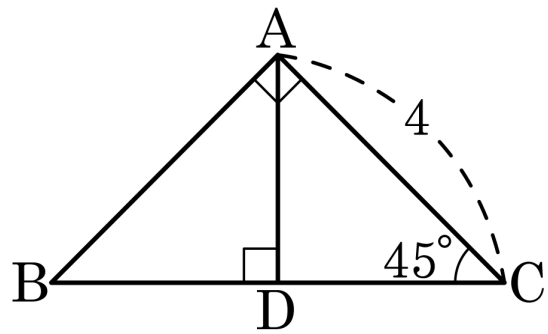
해설

점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\ (\mathrm{cm})$



$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60\ (\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?



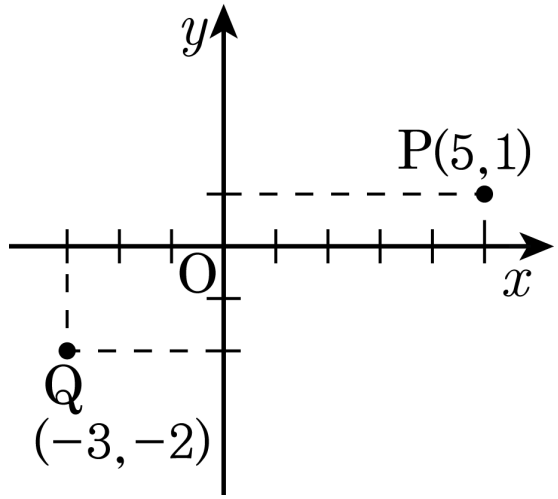
① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

20. 다음 그림에서 두 점 $\mathrm{P}(5,\ 1),\ \mathrm{Q}(-3,\ -2)$ 사이의 거리는?



① $\sqrt{5}$ ② 5 ③ $\sqrt{73}$ ④ $\sqrt{65}$ ⑤ 11

해설

$$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{\{5-(-3)\}^2+\{1-(-2)\}^2}$$
$$= \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}$$

21. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 한 점 $(-2, -5)$ 을 지나고, $x = m$ 일 때 최솟값 $2m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

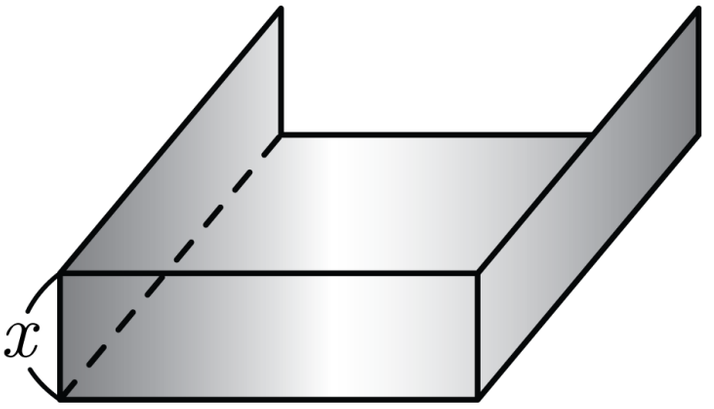
해설

$y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m,\ 2m)$ 이므로
$y = (x - m)^2 + 2m$ 에 $(-2, -5)$ 를 대입한다.

$$-5 = (-2 - m)^2 + 2m$$
$$m^2 + 6m + 9 = 0$$
$$(m + 3)^2 = 0$$

따라서 $m = -3$ 이다.

22. 너비가 60 인 양철판을 아래 그림과 같이 구부려서 물받이를 만들려고 한다. 구부리는 양철판의 길이를 x 라 할 때, 단면의 넓이가 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

단면의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(60-2x) \\ &= -2x^2+60x \\ &= -2(x^2-30x+225-225) \\ &= -2(x-15)^2+450 \end{aligned}$$

$x=15$ 일 때, 최대 넓이 450

23. 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 20 인 직사각형의 넓이를 y라고 할 때, y의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

가로의 길이를 x, 세로의 길이를 $20 - x$라고 하자.

$$\begin{aligned} y &= x \times (20 - x) \\ &= -x^2 + 20x \\ &= -(x^2 - 20x) \\ &= -(x - 10)^2 + 100 \end{aligned}$$

따라서 100이 최댓값이다.

24. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80 m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

25. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

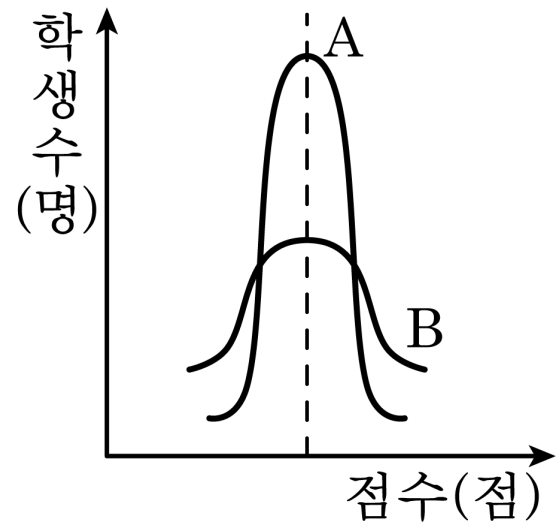
a, b, c의 평균이 6이므로 $\dfrac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$\dfrac{8+a+b+c+4}{5} = \dfrac{8+18+4}{5} = 6$

26. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?



① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

27. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1+1, -3x_2+1, \cdots -3x_{10}+1$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : -17

▷ 정답: 분산 : 45

해설

(평균)$= -3 \cdot 6 + 1 = -17$,
(분산)$= (-3)^2 \cdot 5 = 45$

28. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

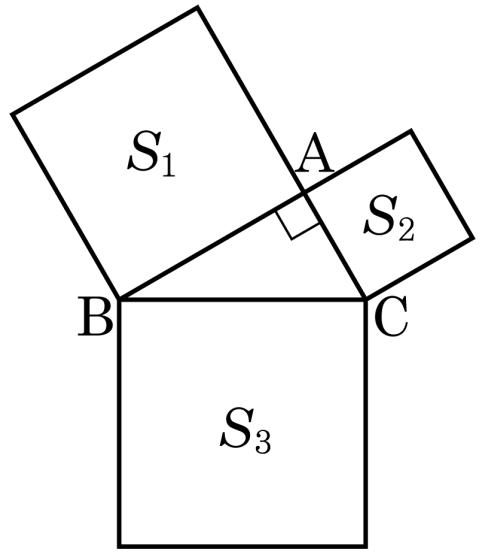
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

29. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 일 때, $S_2 : S_3$ 는?



① $2 : \sqrt{5}$ ② $\sqrt{5} : 3$ ③ $2 : 3$

④ $5 : 9$ ⑤ $4 : 5$

해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로

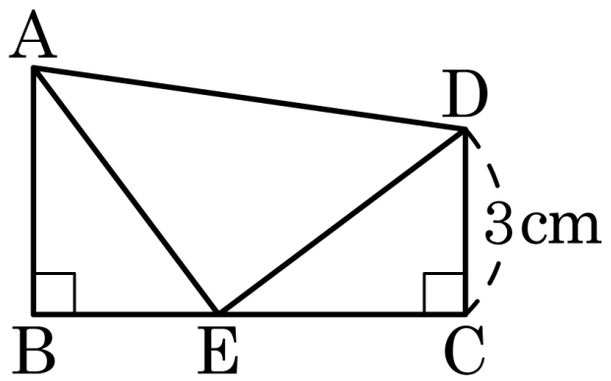
$S_1 : S_3 = 4 : 9$

$S_1 = 4a$ 라 하면 $S_3 = 9a$

$S_2 = S_3 - S_1 = 5a$

따라서 $S_2 : S_3 = 5 : 9$ 이다.

30. 다음 그림에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, $\triangle AED = \frac{25}{2}\text{cm}^2$ 이고, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때 $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{49}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

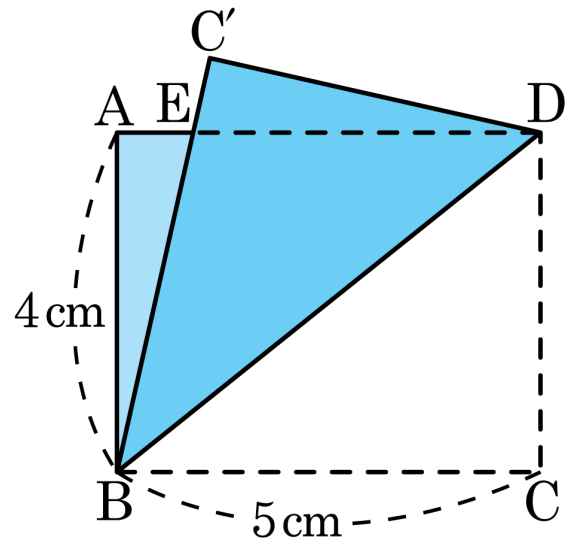
$\triangle AED = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{ED} = \frac{1}{2}\overline{AE}^2 = \frac{25}{2}$

$\overline{AE} = \overline{ED} = 5\,\text{cm}$

$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$

사다리꼴 ABCD 에서 $\frac{1}{2}(3+4)(3+4) = \frac{49}{2}\text{cm}^2$

31. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 C′ , 변 BC′ 와 변 AD 의 교점을 E 라고 할 때, 옳은 것은 ?



① $\angle ABE + \angle EBD = \angle CBD$

② $\overline{AB} + \overline{AE} = \overline{DE}$

③ $\triangle BDE$ 는 정삼각형

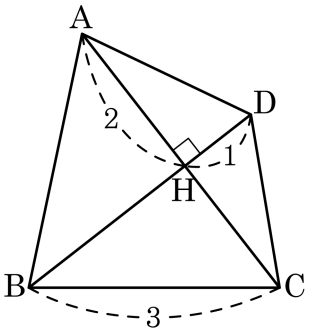
④ $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

⑤ $\angle DBE = \angle BDC'$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle C'DE$ 이므로 $\angle ABE = \angle C'DE$ 가 성립한다. 따라서 $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

32. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{DH} = 1$, $\overline{BC} = 3$ 일 때, $\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

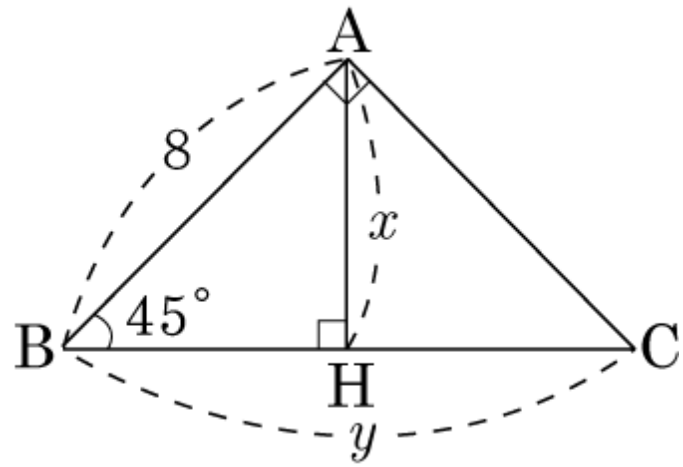
$\overline{AD} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

따라서,

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (\sqrt{5})^2 + 3^2 = 14$

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = 14$

33. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 45°$ 이고, 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = 8$, $y = \overline{BC} = 8\sqrt{2}$

$\triangle ABH$ 도 직각이등변삼각형이므로

$$x = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore\ x - y = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$