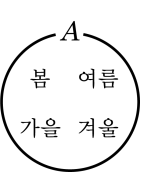


1. 다음 벤 다이어그램을 보고, 집합 A 의 원소를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 봄

▷ 정답: 여름

▷ 정답: 가을

▷ 정답: 겨울

해설

집합 A 의 원소는 ‘봄, 여름, 가을, 겨울’이다.

2. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

① 4개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 16개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

3. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, b, d, f, g, h\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{c, e\}$

해설

$$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

$$A - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f\} - \{a, b, d, f\} = \{c, e\}$$

4. $2a + 3b = 12$ 를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 구하면?

① 12

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

$$12 = 2a + 3b \geq 2\sqrt{6ab}$$

$$6 \geq \sqrt{6ab}, 36 \geq 6ab \quad \therefore 6 \geq ab$$

5. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{2x}$ ② $\frac{1}{6x}$ ③ $\frac{5}{6x}$ ④ $\frac{11}{6x}$ ⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

6. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

- ① $x = 0, y = 3$ ② $x = 0, y = -3$ ③ $x = 1, y = 3$
④ $x = -1, y = 3$ ⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

7. 다음 중 집합인 것은?

- ① 키가 큰 학생들의 모임
- ② 1보다 작은 자연수의 모임
- ③ 100에 가장 가까운 수들의 모임
- ④ 아름다운 꽃들의 모임
- ⑤ 유명한 성악가의 모임

해설

- ② 1보다 작은 자연수의 모임은 공집합이므로 집합이다.
- ①, ③, ④, ⑤는 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

8. 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B 가 될 수 없는 것은?
(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

- ① $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}$ ② $\{x|x \text{는 } 15\text{의 약수}\}$
③ $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ ④ $\{x|x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$
⑤ $\{x|x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
② $\{1, 3, 5, 15\}$
③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
④ $\{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{1, 3, 5\}$

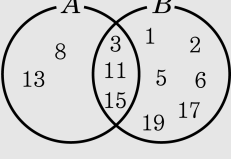
9. 집합 $A = \{3, 8, 11, 13, 15\}$ 이고 $A \cap B = \{3, 11, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 79

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 11, 15, 17, 19\}$

집합 B 의 모든 원소의 합은

$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 11 + 15 + 17 + 19 = 79$ 이다.

10. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?
- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
 - ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
 - ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
 - ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
 - ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

11. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때, $x > 3$ 이므로 $3(x-3) > 0$, $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$, 즉 $x = 4$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 17

12. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$13 \geq (x + y)^2$ 이므로

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$\therefore x + y$ 의 최댓값은 $\sqrt{13}$

13. $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

15. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f 가 $f : x \rightarrow x + 1$ 로 주어질 때, $f^{2006}(2)$ 의 값은 얼마인가? (단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$, n 은 자연수)

① 2002 ② 2004 ③ 2006 ④ 2008 ⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x + 1) + 1 = x + 2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x + 2) + 1 = x + 3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x + 3) + 1 = x + 4$$

$\vdots$

이상에서 $f^n(x) = x + n$ 이므로

$$f^{2006}(x) = x + 2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2 + 2006 = 2008$$

16. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

17. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

- I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
- II. $y = \frac{2}{x-1}$
- III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
- IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

- ① I, II ② I, IV ③ II, IV
④ II, III ⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

18. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

19. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3, \beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

20. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$
 $A \cap B = \{2, 3\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$
 $(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 4, 5, 6, 7, 11, 12\}$
 $\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 7$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$ 와 항상 같은 것은?

- ① A ② B ③ $A - B$ ④ $B - A$ ⑤ A^c

해설

$$\begin{aligned}(B * A) * B &= ((B \cup A)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c \\ &= (A \cup B) - B = A - B\end{aligned}$$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로

$n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(B \cap A^c) = n(B - A)$

$= n(B) - n(A \cap B)$

$= 19 - 8 = 11$ 이다.

23. $f(x) = 2x - 3$ 일 때, $f(f(x)) = f(f(f(x)))$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(f(x)) = 4x - 9$, $f(f(f(x))) = 8x - 21$ 이므로
 $4x - 9 = 8x - 21$
 $\therefore x = 3$

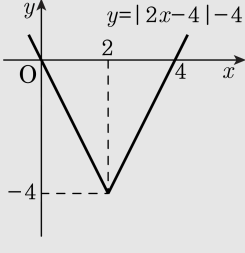
24. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = |2(x - 2)| - 4$ 의 그래프는
 $y = |2x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한
것이므로
다음 그림과 같다.
따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이
는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



25. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{ 에서 } 1-x \geq 0 \text{ 이므로 } x \leq 1$$

$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{ 이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, \quad x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$$