

1. 다음은 학생 9명의 철봉 매달리기 기록이다. 이 때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

12, 5, 13, 10, 8, 20, 22, 18, 5

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 12

▷ 정답 : 최빈값 : 5

해설

변량을 크기의 순서로 나열하면 다음과 같다.

5, 5, 8, 10, 12, 13, 18, 22, 20

따라서 중앙값은 12 이고, 최빈값은 5 이다.

2. 다음은 성수의 5 회의 체육 실기 중 4 회에 걸친 실기 점수를 나타낸 표이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 75 점이 되겠는가?

횟수(회)	1	2	3	4
점수(점)	84	78	80	76

- ① 55 점 ② 57 점 ③ 59 점 ④ 61 점 ⑤ 63 점

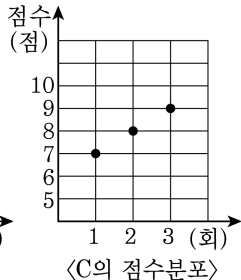
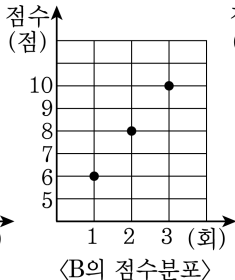
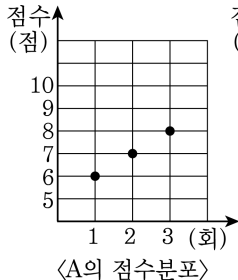
해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{84 + 78 + 80 + 76 + x}{5} = 75, \quad \frac{318 + x}{5} = 75, \quad 318 + x = 375 \quad \therefore x = 57$$

따라서 57 점을 받으면 평균 75 점이 될 수 있다.

3. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$

② $a = c < b$

③ $a < b = c$

④ $a = b > c$

⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$ 이다.

4. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E 이다.

5. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

① 평균 : 3, 표준편차 : 8

② 평균 : 3, 표준편차 : 15

③ 평균 : 3, 표준편차 : 20

④ 평균 : 5, 표준편차 : 8

⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

6. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

7. 다음의 표준편차를 순서대로 x , y , z 라고 할 때, x , y , z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수

Y : 1 부터 200 까지의 홀수

Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$

② $x < y = z$

③ $x = y < z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

8. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

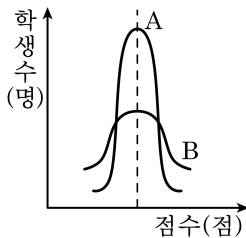
$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

9. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

10. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

반	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.
- ㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.
- ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.
- ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.
- ㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. $\Rightarrow$ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
- ㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. $\Rightarrow$ 미희 성적이 더 고르다.
- ㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. $\Rightarrow$ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

11. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

12. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a + 5, b + 5, c + 5, d + 5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

$$\text{평균} : 1 \cdot 10 + 5 = 15$$

$$\text{표준편차} : |1| \cdot 3 = 3$$

13. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

14. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

15. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x + y + z}{3} = 5$$

$$\therefore x + y + z = 15 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x + y + z) + 75 = 6$$

위 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

16. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{7}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

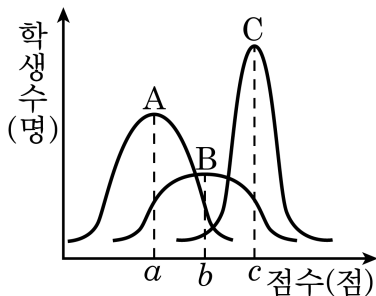
위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

17. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

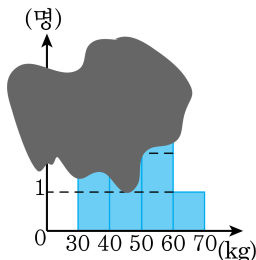


- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

18. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
 &= \frac{490}{10} = 49 \text{ (kg)}
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84
 \end{aligned}$$

이다.

19. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg

② 65.5 kg

③ 67 kg

④ 69 kg

⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore (\text{전학생 2명의 몸무게의 평균}) = \frac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

20. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이고, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2 = 1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200 \text{ 이므로 평균은}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}}{50} = \frac{200}{50} = 4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1 - 4, a_2 - 4, a_3 - 4, \dots, a_{48} - 4, a_{49} - 4, a_{50} - 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{50} \{ (a_1 - 4)^2 + (a_2 - 4)^2 + (a_3 - 4)^2 + \dots + (a_{48} - 4)^2 + (a_{49} - 4)^2 + (a_{50} - 4)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2) - 8(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}) + 4^2 \times 50 \} \\ &= \frac{1400 - 8 \times 200 + 16 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$