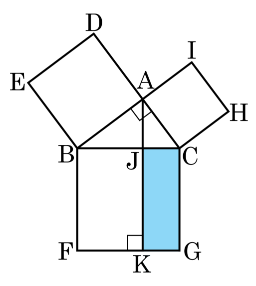
1. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA　　② □BFKJ

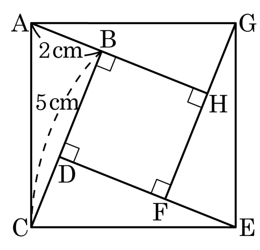
③ □ACHI　　④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 BDFH 를 만들었다. 이때, $\square ACEG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $29\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$\overline{AC}^2 = 2^2 + 5^2 = 29$,

$\overline{AC} = \sqrt{29}(\text{cm})$

$\therefore \square ACEG = \sqrt{29} \times \sqrt{29} = 29(\text{cm}^2)$

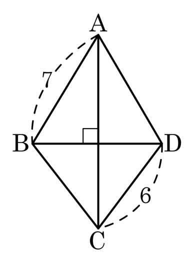
3. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① $3, 5, 4$　② $4, 2, 2\sqrt{3}$　③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$
④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$　⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.
⑤ 가장 긴 변은 5 이고, $4^2 + (2\sqrt{2}) \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

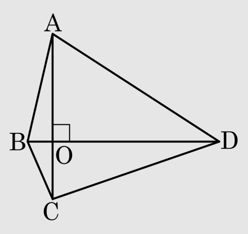
4. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB}=7$, $\overline{CD}=6$ 일 때, $\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$ 의 값은?



① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{85}$ ③ 13

④ 85 ⑤ 169

해설

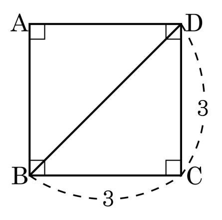


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$

$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=7^2+6^2=85$

5. 다음 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

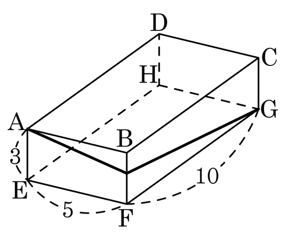
해설

피타고라스 정리를 적용하여

$x^2 = 3^2 + 3^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 3\sqrt{2}$ 이다.

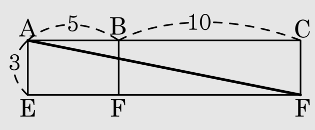
6. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A 에서 모서리 BF 를 거쳐 점 G 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $\sqrt{243}$ ② $3\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{89}$ ④ $2\sqrt{41}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + (5+10)^2} = \sqrt{9+225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$



7. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38\times 58+x}{40}=58.5,\quad 2204+x=2340\quad \therefore\ x=136(\mathrm{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2}=68(\mathrm{kg})$ 이다.

8. 5 개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$ 의 평균이 6 일 때, 분산은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6 이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5} = 6$

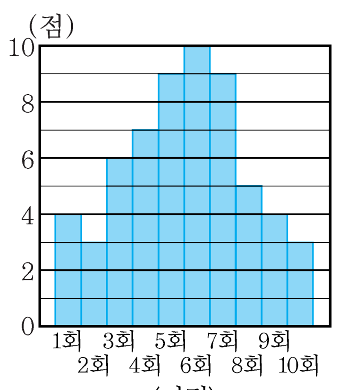
$23 + x = 30$

$\therefore x = 7$

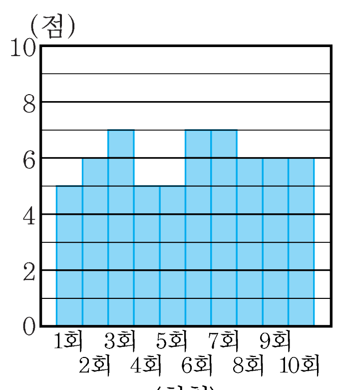
변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$ 이므로 분산은

$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9+1+9+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$

9. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



〈미진〉



〈희철〉

▶ 답 :

▷ 정답 : 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

10. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$의 평균은 a, b, c, d의 평균보다 1 만큼 크다.
② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$의 평균은 a, b, c, d의 평균보다 3 배만큼 크다.
③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차보다 2 배만큼 크다.
④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차의 4 배이다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$의 표준편차는 a, b, c, d의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

11. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

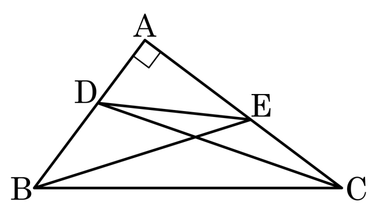
평균: $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차: $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산: $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차: $\sqrt{1.19}$

12. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 2$ 이고 $\overline{BE} = 2\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



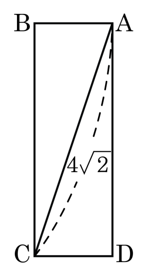
① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

해설

$2^2 + \overline{BC}^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 24$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{6}$

13. 다음과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 이고, 세로의 길이는 가로의 길이의 3 배인 직사각형이 있다. 사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?

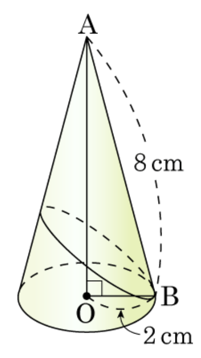


① $\dfrac{31\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{32\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{33\sqrt{5}}{5}$
④ $\dfrac{34\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\dfrac{37\sqrt{5}}{5}$

해설

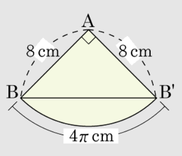
세로를 $3a$, 가로를 a 라고 하면
$4\sqrt{2} = \sqrt{(3a)^2 + a^2}$, $4\sqrt{2} = \sqrt{10a^2}$
양변을 제곱하면 $32 = 10a^2$
$a^2 = \dfrac{16}{5}$, $a = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
$\therefore$ □ABCD$= (3a + a) \times 2 = 8a = \dfrac{32\sqrt{5}}{5}$

14. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 B를 출발하여 옆면을 지나 다시 점 B 로 돌아오는 최단 거리는?



① $7\sqrt{2}$ cm　② $7\sqrt{3}$ cm　③ $8\sqrt{2}$ cm
④ $8\sqrt{3}$ cm　⑤ $9\sqrt{2}$ cm

해설

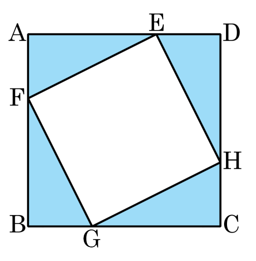


$\angle \mathrm{BAB}' = x$라 하면

$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360°} = 4\pi, x = 90°$

$\overline{\mathrm{BB}'} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

15. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{BG}}=\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{DE}}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{AF}}=2:1$, $\overline{\mathrm{EF}}=\sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



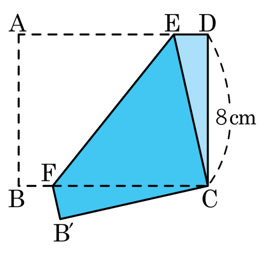
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{AF}}^2=\overline{\mathrm{EF}}^2$ 이 성립한다.
$\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{AF}}=2:1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}}=2\mathrm{k}$, $\overline{\mathrm{AE}}=\mathrm{k}\ (\mathrm{k}>0)$ 라 하면 $(2\mathrm{k})^2+\mathrm{k}^2=5$ 에서 $\mathrm{k}=1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}}=1$, $\overline{\mathrm{AE}}=2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AE}}\times\overline{\mathrm{AF}}=1$ 이므로 $4A=4$ 이다.

16. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



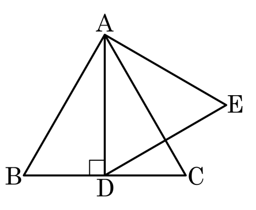
▶ 답 : ____________ cm^2

▷ 정답 : 7.2 cm^2

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,\text{cm}$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 높이 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이가 $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하면?



① $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $16\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　④ $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\sqrt{\mathrm{AD}} = h\,\mathrm{cm}$라 하면,

$\triangle$ADE 의 넓이$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$

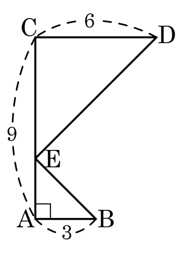
따라서, $h = 4\sqrt{3}$

$\triangle$ABC 의 한 변을 x (cm) 로 두면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$이다.

18. 다음 그림에서 점 E가 $\overline{AC}$ 위를 움직이고 $\overline{AC} = 9$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{BE}$ 의 최솟값은?



① 3　　② 6　　③ 9

④ $6\sqrt{2}$　　⑤ $9\sqrt{2}$

해설

점 D 를 $\overline{AC}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 D′ 이라고 하면 $\overline{BE} + \overline{ED}$ 의 최솟값은 $\overline{D'B}$ 의 거리이다.

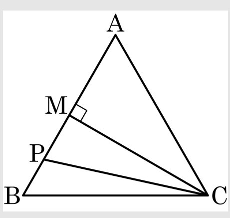
$\therefore \overline{D'B} = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2}$ 이다.

19. 한 변의 길이가 1 인 정삼각형 ABC 의 변 AB 의 중점을 M , 변 AB 위에 있는 한 점을 P 라 할 때, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{CP}}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설



이때 삼각형 ABC 가 정삼각형이므로 $\angle \mathrm{AMC} = 90°$

$\overline{\mathrm{CM}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

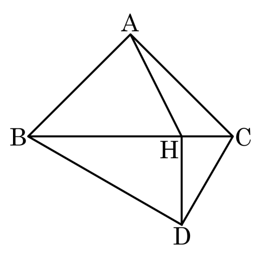
$\overline{\mathrm{BP}} = x$ 라 놓으면 $\overline{\mathrm{MP}} = \frac{1}{2} - x$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{\mathrm{CP}}^2 &= \overline{\mathrm{CM}}^2 + \overline{\mathrm{MP}}^2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 \\ &= x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

그러므로 $\begin{aligned} \overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{CP}}^2 &= x^2 + x^2 - x + 1 \\ &= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \end{aligned}$

따라서 $x = \frac{1}{4}$ 일 때, 최솟값 $\frac{7}{8}$ 을 갖는다.

20. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D = 90°$, $\angle DBC = 30°$, $\angle ACB = 45°$, $\overline{CD} = 1$ 이고, 점 D 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ACH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\angle DBC = 30°$ 이므로
$\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2$
$\angle ACB = 45°$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면
$x^2 + x^2 = 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 길이는 1
$\triangle CDH$ 에서 $\angle HCD = 60°$ 이므로
$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}$
$\therefore \triangle ACH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$