1. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

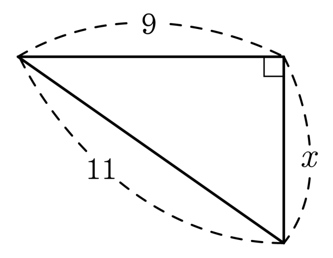
이름	A	B	C	D	E
평균 (시간)	5	6	5	3	9
표준편차 (시간)	2	0.5	1	3	2

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D 이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형에서 x 의 값은?

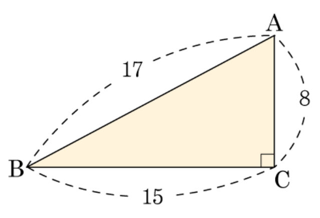


① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{30}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

피타고라스 정리에 따라
$9^2 + x^2 = 11^2$
$x^2 = 121 - 81 = 40$
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{10}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 옳지 않은 것은 ?



① $\sin A = \dfrac{15}{17}$

② $\tan A = \dfrac{15}{8}$

③ $\sin A + \cos A = \dfrac{23}{17}$

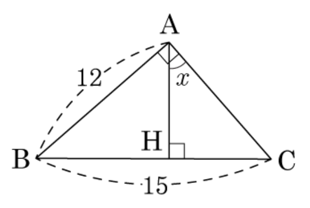
④ $\sin B = \dfrac{8}{15}$

⑤ $\tan B = \dfrac{8}{15}$

해설

④ $\sin B = \dfrac{8}{17}$

4. 다음 그림에서 $\angle \mathrm{BAC} = 90°$ 이고, $\overline{\mathrm{BC}} \perp \overline{\mathrm{AH}}$ 이다. $\angle \mathrm{CAH} = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{HAC}$ ($\because$ AA 닮음)

$x = \angle \mathrm{ABC}$ 이므로 $\tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

5. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 61kg ③ 62kg ④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5$, $2700 - x = 2380$ $\therefore$ $x = 320(\mathrm{kg})$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$\frac{320}{5} = 64(\mathrm{kg})$ 이다.

6. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3+1+1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

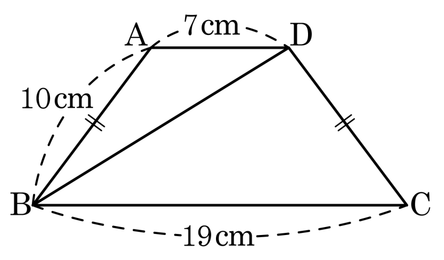
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

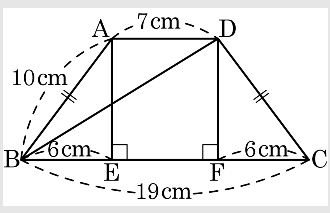
7. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 가 있을 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $\sqrt{233}$ cm

해설



A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라하고, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자.

$\triangle$ABE 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm) 임을 알 수 있다.

$\overline{AE} = \overline{DF} = 8\text{cm}$

$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 13^2} = \sqrt{233}(\text{cm})$

8. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 다음과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 다른 것은?

① $5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 2\sqrt{7}$　　② $2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}, 4\sqrt{3}$

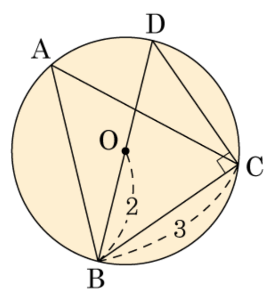
③ $5, 7, 3\sqrt{6}$　　④ $2\sqrt{15}, 5\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

⑤ $4, 4\sqrt{2}, 8$

해설

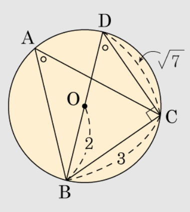
세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.
① $\sqrt{50 + 50 + 28} = \sqrt{128}$
② $\sqrt{40 + 40 + 48} = \sqrt{128}$
③ $\sqrt{25 + 49 + 54} = \sqrt{128}$
④ $\sqrt{60 + 50 + 18} = \sqrt{128}$
⑤ $\sqrt{16 + 32 + 64} = \sqrt{112}$

9. 다음 그림의 반지름의 길이가 2 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 3$ 일 때, $\sin A$ 의 값은?



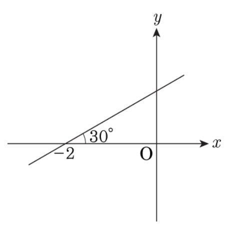
① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{3}{7}\sqrt{7}$

해설



$\overline{BO}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 D 라 할 때
$\angle C = 90^\circ$ 이고 $\angle A = \angle D$
$\therefore \sin A = \frac{3}{4}$

10. 다음 그림과 같이 x 절편이 -2 이고, 직선과 x 축이 이루는 예각의 크기가 $30°$ 인 직선의 방정식은?



① $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

② $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

④ $y = \sqrt{3}x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

해설

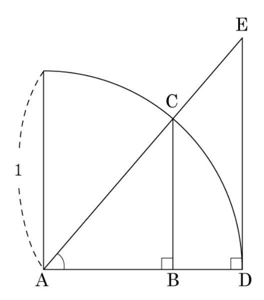
(기울기)$= \tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$b = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

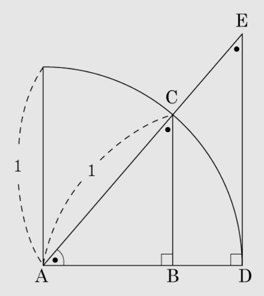
11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\sin A = \overline{AB}$ ② $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$ ③ $\cos A = \overline{AD}$

④ $\tan A = \overline{DE}$ ⑤ $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

해설



① $\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

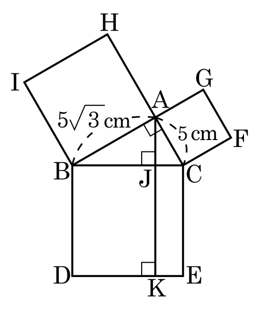
③ $\cos A = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

② $\sin C = \sin E = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

④ $\tan A = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

⑤ $\cos A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?

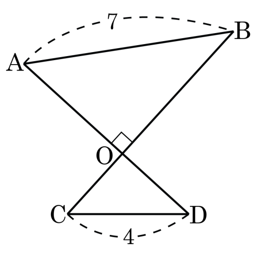


① 2 cm　② 2.5 cm　③ 3 cm
④ 3.5 cm　⑤ 4 cm

해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, □ACFG = □JKEC 이므로
□ACFG = □JKEC = $25\,\text{cm}^2$ 이다.
따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$

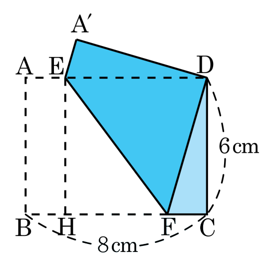
$= \left(\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2\right) + \left(\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2\right)$

$= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$

$= 7^2 + 4^2$

$= 65$

14. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{A'E} = \dfrac{7}{4}\,\text{cm}$　　② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \dfrac{17}{2}\,\text{cm}$　　④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \dfrac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \dfrac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore \overline{ED} = 8 - \dfrac{7}{4} = \dfrac{25}{4}(\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \dfrac{25}{4} - \dfrac{7}{4} = \dfrac{18}{4} = \dfrac{9}{2}(\text{cm})$

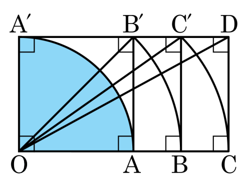
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\dfrac{9}{2}\right)^2 = \dfrac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \dfrac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \dfrac{17}{2}\,\text{cm}$

15. 다음 그림과 같이 □OAB′A′ 은 정사각형이고 두 점 B , C 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{\mathrm{OB'}}$, $\overline{\mathrm{OC'}}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{\mathrm{OC}} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 사분원 OAA′ 의 넓이는?



① $\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $2\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{OA}} = x$라고 하면

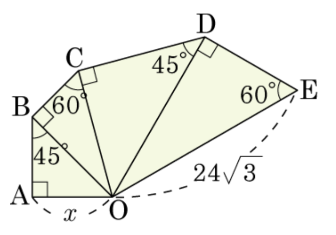
$\overline{\mathrm{OC}} = \sqrt{x^2+x^2+x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore x = 2$

따라서 사분원 OAA′ 의 넓이는

$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

17. 두점 $A(1,\ 2)$ $B(-5,\ 0)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$　② $(0, -4)$　③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$　⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

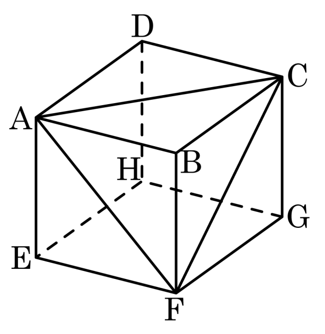
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체를 점 A, C, F 를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B 에서 밑면인 삼각형 AFC 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}$cm　② $3\sqrt{3}$cm　③ $4\sqrt{3}$cm
④ $5\sqrt{3}$cm　⑤ $6\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

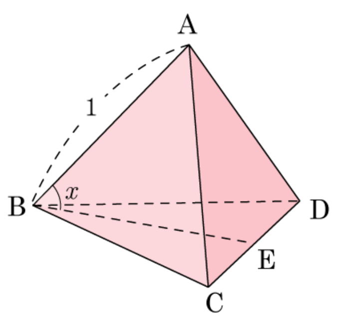
$\triangle ACF = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

수선의 길이를 h 라 하면 사각뿔 B – AFC 의 부피에서

$72\sqrt{3} \times h \times \dfrac{1}{3} = 12 \times 12 \times \dfrac{1}{2} \times 12 \times \dfrac{1}{3}$

$h = \dfrac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle \mathrm{BCD}$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $\mathrm{A-BCD}$ 가 있다. $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E, $\angle \mathrm{ABE} = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle \mathrm{BCD}$ 는 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{BE}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{BH}} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\cos x = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

20. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a$, $2b$, $2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 8

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$\frac{a+b+c}{3}=2$

$\therefore a+b+c=6$ ⋯⋯㉠

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=2$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=6$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=6$

$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-4\times6+12=6$

$\therefore a^2+b^2+c^2=18$

한편, $2a$, $2b$, $2c$ 의 평균은

$\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}=\frac{2\times6}{3}=4$

따라서 분산은

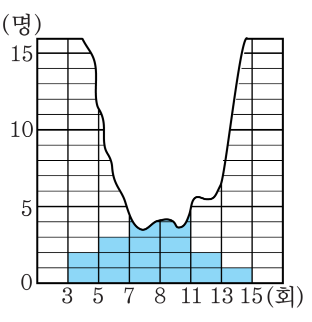
$\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2}{3}$

$=\frac{4a^2+4b^2+4c^2-16(a+b+c)+16\times3}{3}$

$=\frac{4\times18-16\times6+48}{3}$

$=\frac{24}{3}=8$

21. 다음 히스토그램은 영진이네 반 학생 20명의 턱걸이 횟수를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8 인 도수가 전체의 25 %일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수첫째자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6.6

해설

계급값이 8 인 도수는 $20 \times \frac{25}{100} = 5$(명)

계급값이 10 인 도수를 x 라고 하면 $20 - (2+3+5+2+1) = 7 \quad \therefore\ x = 7$

이므로 평균은

$\frac{4\times2+6\times3+8\times5+10\times7+12\times2+14\times1}{20}$

$\frac{8+18+40+70+24+14}{20} = 8.7$(회)

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 9 회이다.

따라서 구하는 분산은

$\frac{1}{20}\{(4-9)^2\times2+(6-9)^2\times3+(8-9)^2\times5+(10-9)^2\times7+(12-9)^2\times2+(14-9)^2\times1\}$

$= \frac{1}{20}(50+27+5+7+18+25) = 6.6$

이다.

22. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 를 각각 $1 : 2$ 로 내분하는 점을 D, E 라 할 때, $\overline{CD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

점 D, E 가 변 AB, AC 를 각각 $1 : 2$ 로 내분하므로
$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고, $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$
$\therefore\ \overline{DE} = 4$
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$

$$\begin{aligned}\therefore\ \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 \\ &= \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2 \\ &= 12^2 + 4^2 \\ &= 160\end{aligned}$$

23. 넓이가 16π 인 원 O 에 외접하는 삼각형 중 세 변의 길이가 연속하는 자연수인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

삼각형의 세 변의 길이가 연속하는 자연수이므로 세 변의 길이를 각 각 x, $x+1$, $x+2$ 로 놓으면 헤론의 공식에 의해

$\mathrm{s}=\dfrac{x+(x+1)+(x+2)}{2}=\dfrac{3x+3}{2}$ 에서

$\triangle ABC=\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}\cdots$ ㉠

한편, 내접원의 넓이가 16π 이므로 내접원의 반지름의 길이는 4 이다.

$\therefore \triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}x\times 4+\dfrac{1}{2}(x+1)\times 4+\dfrac{1}{2}(x+2)\times 4$

$=6(x+1)\cdots$ ㉡

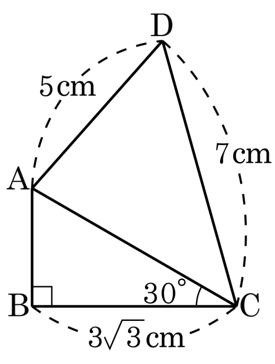
㉠, ㉡에서

$\dfrac{x+1}{4}\sqrt{3(x-1)(x+3)}=6(x+1)$ 따라서, 삼각형의 넓이는

$\therefore x=13(x>0)$

$6(13+1)=84$ 이다.

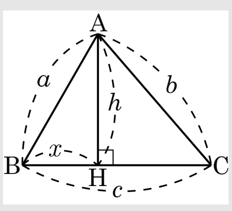
24. 다음 그림에서 $\triangle$ACD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$ cm^2

해설



$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 6(cm)$
점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 그은 수선의 발을 H 라 하고
$\overline{AH} = x(cm)$ 라 하면 $\overline{CH} = 6 - x(cm)$
$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$
$25 - x^2 = 49 - 36 + 12x - x^2$
$\therefore\ x = 1$
$\overline{DH} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}(cm)$
$\therefore\ \triangle ACD = 6 \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{6}(cm^2)$

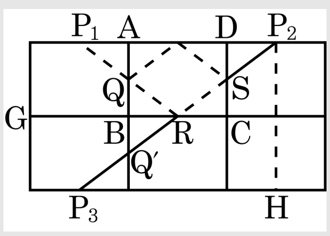
25. 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$
$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$
다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 12$ 이다.