

1. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

이름	A	B	C	D	E
평균(시간)	5	6	5	3	9
표준편차(시간)	2	0.5	1	3	2

① A

② B

③ C

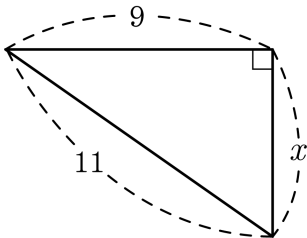
④ D

⑤ E

해설

표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형에서 x 의 값은?



① $\sqrt{10}$

② $2\sqrt{5}$

③ $\sqrt{30}$

④ $2\sqrt{10}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

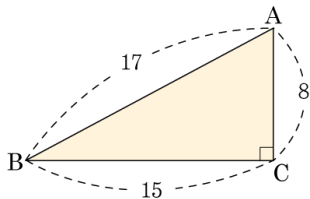
피타고라스 정리에 따라

$$9^2 + x^2 = 11^2$$

$$x^2 = 121 - 81 = 40$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{10}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 옳지 않은 것은 ?



① $\sin A = \frac{15}{17}$

② $\tan A = \frac{15}{8}$

③ $\sin A + \cos A = \frac{23}{17}$

④ $\sin B = \frac{8}{15}$

⑤ $\tan B = \frac{8}{15}$

해설

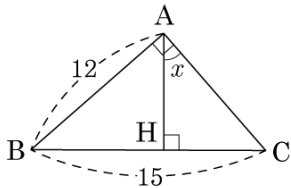
④ $\sin B = \frac{8}{17}$

4. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고,
 $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이다. $\angle CAH = x$ 라 할 때,
 $\tan x$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{5}{6}$

② $\frac{3}{4}$
 ⑤ $\frac{5}{6}$

③ $\frac{4}{5}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$ ($\because$ AA 닮음)

$$x = \angle ABC \text{ 이므로 } \tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

5. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 61kg

③ 62kg

④ 63kg

⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5, \quad 2700 - x = 2380 \quad \therefore x = 320(\text{kg})$$

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$$\frac{320}{5} = 64(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

6. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

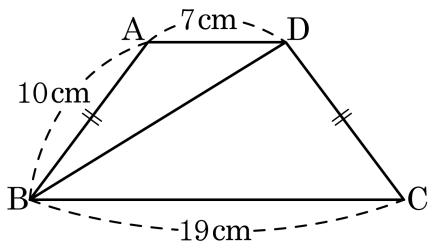
$$\begin{aligned}
 &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

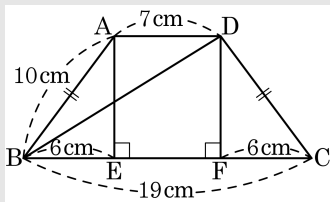
7. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 가 있을 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{233}$ cm

해설



A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라하고, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자.

$\triangle ABE$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$$\overline{AE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)} \text{ 임을 알 수 있다.}$$

$$\overline{AE} = \overline{DF} = 8\text{cm}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 13^2} = \sqrt{233}(\text{cm})$$

8. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 다음과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 다른 것은?

① $5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 2\sqrt{7}$

② $2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}, 4\sqrt{3}$

③ $5, 7, 3\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{15}, 5\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$

⑤ $4, 4\sqrt{2}, 8$

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서 대각선 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.

① $\sqrt{50 + 50 + 28} = \sqrt{128}$

② $\sqrt{40 + 40 + 48} = \sqrt{128}$

③ $\sqrt{25 + 49 + 54} = \sqrt{128}$

④ $\sqrt{60 + 50 + 18} = \sqrt{128}$

⑤ $\sqrt{16 + 32 + 64} = \sqrt{112}$

9. 다음 그림의 반지름의 길이가 2 인 원 O 에
내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 3$ 일 때, $\sin A$
의 값은?

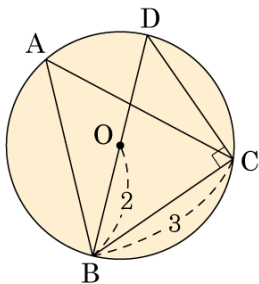
① $\frac{\sqrt{7}}{4}$

② $\frac{3}{4}$

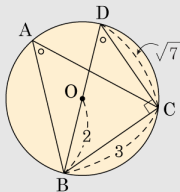
③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

⑤ $\frac{3}{7}\sqrt{7}$



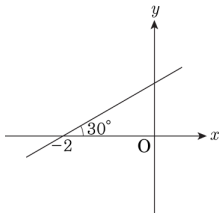
해설



$\overline{BO}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 D 라 할 때
 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\angle A = \angle D$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{4}$$

10. 다음 그림과 같이 x 절편이 -2 이고, 직선과 x 축이 이루는 예각의 크기가 30° 인 직선의 방정식은?



① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

④ $y = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

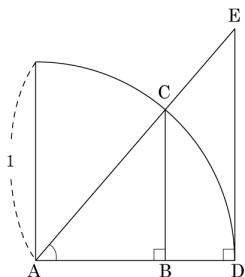
$$(\text{기울기}) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b \text{가 점 } (-2, 0) \text{ 을 지나므로}$$

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\sin A = \overline{AB}$

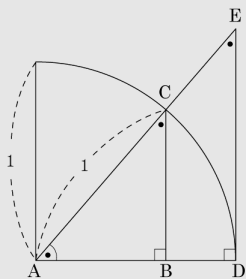
② $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

③ $\cos A = \overline{AD}$

④ $\tan A = \overline{DE}$

⑤ $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

해설



① $\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

③ $\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

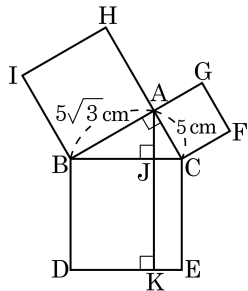
② $\sin C = \sin E = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

④ $\tan A = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

⑤ $\cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\text{ cm}$, $\overline{AC} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm
④ 3.5 cm ⑤ 4 cm



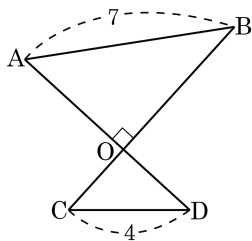
해설

$\overline{BC} = 10\text{ cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\text{ cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\text{ cm}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



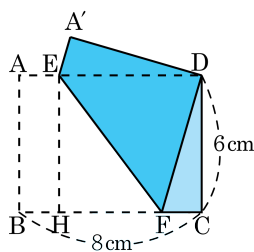
▶ 답 :

▶ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned}
 & \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 \\
 &= (\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2) + (\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2) \\
 &= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \\
 &= 7^2 + 4^2 \\
 &= 65
 \end{aligned}$$

14. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\text{cm}$ ② $\angle DEF = \angle EFH$
 ③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\text{cm}$ ④ $\overline{BF} = \overline{DE}$
 ⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2, x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$$

$$\therefore \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\text{cm}) \text{ 이고, } \overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} =$$

$$\frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

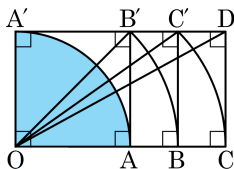
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\text{cm}$

15. 다음 그림과 같이 $\square OAB'A'$ 은 정사각형이고 두 점 B, C는 각각 점 O를 중심으로 하고, $\overline{OB'}$, $\overline{OC'}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{OC} = 2\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 사분원 OAA' 의 넓이는?



① $\pi \text{ cm}^2$

② $2\pi \text{ cm}^2$

③ $3\pi \text{ cm}^2$

④ $4\pi \text{ cm}^2$

⑤ $\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면

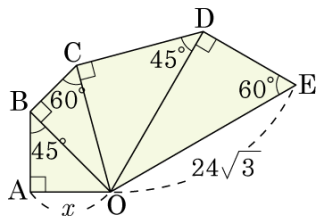
$$\overline{OC} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 사분원 OAA' 의 넓이는

$$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi (\text{cm}^2) \text{이다.}$$

16. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$

② $7\sqrt{3}$

③ $8\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$$

$$2\overline{OD} = 72 \quad \therefore \overline{OD} = 36$$

$$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$$

$$\sqrt{2}\overline{OC} = 36 \quad \therefore \overline{OC} = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$$

$$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$$

$$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$$

$$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$$

$$\sqrt{2}\overline{OA} = 9\sqrt{6} \quad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$$

17. 두 점 A(1, 2) B(-5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, -5)

② (0, -4)

③ (0, -3)

④ (0, -2)

⑤ (0, -1)

해설

점 P 의 좌표를 (0, p) 라 하면

$$\overline{BP} = \sqrt{25 + p^2}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$\overline{BP} = \overline{AP} \text{ 이므로}$$

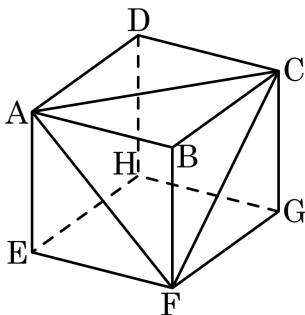
$$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$$

$$-4p = 20$$

$$p = -5 \therefore P(0, -5)$$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체를 점 A, C, F를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B에서 밑면인 삼각형 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}\text{cm}$

② $3\sqrt{3}\text{cm}$

③ $4\sqrt{3}\text{cm}$

④ $5\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

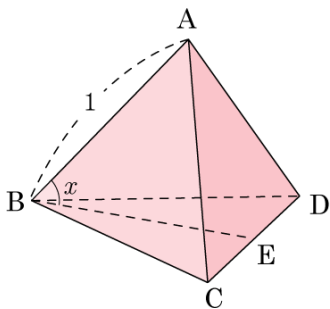
$$\Delta ACF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

수선의 길이를 h 라 하면 사각뿔 B - AFC의 부피에서

$$72\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3}$$

$$h = \frac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

19. 다음 그림과 같이 밑변이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $A-BCD$ 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이고,}$$

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{따라서 } \cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$

20. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a, 2b, 2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \dots\dots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 2$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 6$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 6$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 18$$

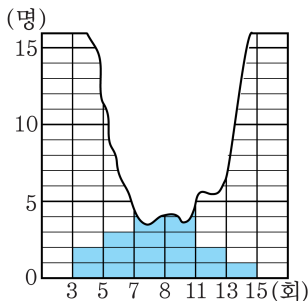
한편, $2a, 2b, 2c$ 의 평균은

$$\frac{2a+2b+2c}{3} = \frac{2(a+b+c)}{3} = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(2a-4)^2 + (2b-4)^2 + (2c-4)^2}{3} \\ &= \frac{4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 16(a+b+c) + 16 \times 3}{3} \\ &= \frac{4 \times 18 - 16 \times 6 + 48}{3} \\ &= \frac{24}{3} = 8 \end{aligned}$$

21. 다음 히스토그램은 영진이네 반 학생 20명의 턱걸이 횟수를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8인 도수가 전체의 25%일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수첫째자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6.6

해설

계급값이 8인 도수는 $20 \times \frac{25}{100} = 5$ (명)

계급값이 10인 도수를 x 라고 하면 $20 - (2 + 3 + 5 + 2 + 1) = 7 \quad \therefore x = 7$

이므로 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 5 + 10 \times 7 + 12 \times 2 + 14 \times 1}{20}$$

$$\frac{8 + 18 + 40 + 70 + 24 + 14}{20} = 8.7(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 9 회이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20} \{ (4-9)^2 \times 2 + (6-9)^2 \times 3 + (8-9)^2 \times 5 + (10-9)^2 \times 7 + (12-9)^2 \times 2 + (14-9)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{20} (50 + 27 + 5 + 7 + 18 + 25) = 6.6$$

이다.

22. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하는 점을 D, E 라 할 때, $\overline{CD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

점 D, E 가 변 AB, AC 를 각각 1 : 2 로 내분하므로

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

$$\therefore \overline{DE} = 4$$

$$\triangle ABE \text{ 에서 } \overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$$

$$\triangle ADC \text{ 에서 } \overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2$$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 \\ &= \overline{BC}^2 + \overline{DE}^2 \\ &= 12^2 + 4^2 \\ &= 160\end{aligned}$$

23. 넓이가 16π 인 원 O 에 외접하는 삼각형 중 세 변의 길이가 연속하는 자연수인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

삼각형의 세 변의 길이가 연속하는 자연수이므로 세 변의 길이를 각각 x , $x+1$, $x+2$ 로 놓으면 헤론의 공식에 의해

$$s = \frac{x + (x+1) + (x+2)}{2} = \frac{3x+3}{2} \text{ 에서}$$

$$\Delta ABC = \frac{x+1}{4} \sqrt{3(x-1)(x+3)} \cdots \textcircled{㉠}$$

한편, 내접원의 넓이가 16π 이므로 내접원의 반지름의 길이는 4 이다.

$\therefore \Delta ABC$

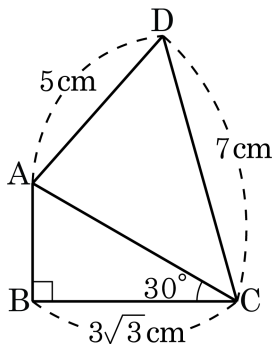
$$= \frac{1}{2}x \times 4 + \frac{1}{2}(x+1) \times 4 + \frac{1}{2}(x+2) \times 4 \\ = 6(x+1) \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서

$$\frac{x+1}{4} \sqrt{3(x-1)(x+3)} = 6(x+1) \text{ 따라서, 삼각형의 넓이는} \\ \therefore x = 13 (x > 0)$$

$6(13+1) = 84$ 이다.

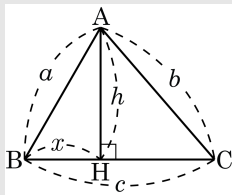
24. 다음 그림에서 $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$ cm²

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 6(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{AC}$ 에 그은 수선의 발을 H라 하고

$\overline{AH} = x(\text{cm})$ 라 하면 $\overline{CH} = 6 - x(\text{cm})$

$$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$$

$$25 - x^2 = 49 - 36 + 12x - x^2$$

$$\therefore x = 1$$

$$\overline{DH} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ACD = 6 \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$$

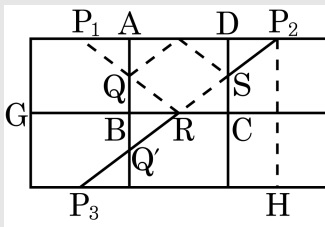
25. 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



$$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$$

$$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면

$\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 $\square PQRS$ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H^2} + \overline{P_2H^2}} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 12$ 이다.