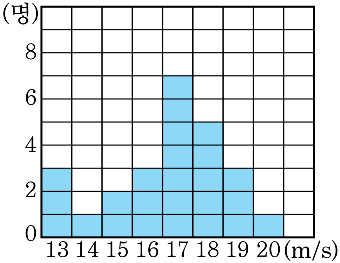
1. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17 이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6　② 6.2　③ 6.4　④ 6.6　⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$-2+3+x+1-4=0,\quad x-2=0\quad \therefore x=2$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+3^2+2^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8\text{ 점}$$

3. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

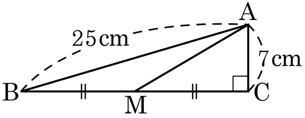
학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

4. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\,cm$, $\overline{AC} = 7\,cm$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\,cm$ ② $\sqrt{191}\,cm$ ③ $\sqrt{193}\,cm$

④ $\sqrt{194}\,cm$ ⑤ $\sqrt{199}\,cm$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$

$\therefore \overline{BC} = 24$

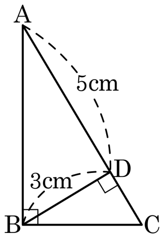
$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ $\therefore \overline{MC} = 12(cm)$

$\triangle AMC$ 에서

$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(cm)$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\dfrac{18}{5}$

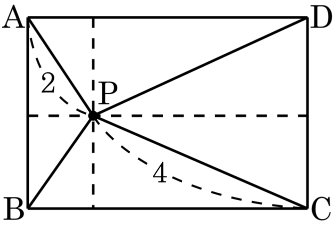
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \dfrac{3^2}{5} = \dfrac{9}{5}(\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{9}{5}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

6. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{AP} = 2$, $\overline{CP} = 4$ 이면, $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 의 값은?

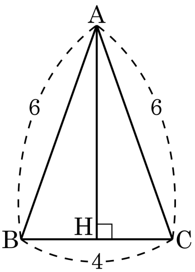


① 15　② 20　③ 25　④ 30　⑤ 35

해설

$\overline{BP^2} + \overline{DP^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

7. 다음 그림의 이등변삼각형 ABC 에서 높이 $\overline{AH}$ 는?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$

8. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

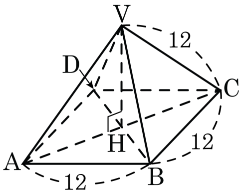
해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2} = \sqrt{34}$ 이다.

$a^2 - 2a - 8 = 0$, $(a-4)(a+2) = 0$

$\therefore a = 4$

9. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$의 길이는?



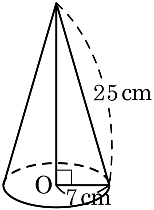
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$\overline{CH} = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$$

$\triangle VHC$ 에서 $\overline{VH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

10. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 모선의 길이가 25cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피는?



① $1176\pi\text{cm}^3$　② $\dfrac{49\sqrt{674}}{3}\pi\text{cm}^3$　③ $7\sqrt{674}\pi\text{cm}^3$

④ $\dfrac{392}{3}\pi\text{cm}^3$　⑤ $392\pi\text{cm}^3$

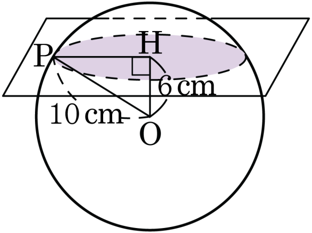
해설

원뿔의 높이를 h , 원뿔의 부피를 V 라 하면

$\text{h} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$

$\text{V} = 7^2 \times \pi \times 24 \times \dfrac{1}{3} = 392\pi(\text{cm}^3)$

11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm 인 구를 중심 O 에서 6cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?



① $24\pi\,\text{cm}^2$　② $32\pi\,\text{cm}^2$　③ $36\pi\,\text{cm}^2$

④ $56\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $64\pi\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{PH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

$\therefore$ (단면의 넓이) $= 64\pi\,\text{cm}^2$

12. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\dfrac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$$

13. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회의 성적은 몇 점인가?

① 14 점　② 16 점　③ 18 점　④ 20 점　⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4회 시험까지의 총점은

$45 \times 4 = 180$(점)

5 회까지의 평균은 45 점에서 5 점이 내린 40 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{180 + x}{5} = 40, \quad 180 + x = 200 \quad \therefore x = 20(\text{ 점})$$

14. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

15. 3개의 변량 a, b, c의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $n-m$의 값은?

① 115 ② 135 ③ 165 ④ 185 ⑤ 200

해설

$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$

$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$

16. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	6
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	8
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 회수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$
$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

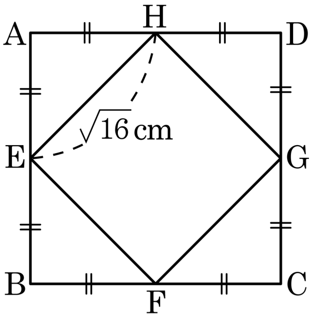
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

17. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 EFGH 에서 $\overline{EH} = \sqrt{16}$ 일 때, □ ABCD 의 넓이를 구하여라.



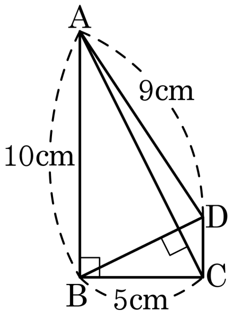
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\overline{AH} = \overline{AE}$, $(\overline{AE})^2 + (\overline{AH})^2 = 16$, $\overline{AE} = \overline{AH} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.
$\overline{AD} = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$
$\therefore$ □ABCD $= 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 32(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림을 보고 $\overline{CD}$ 의 길이를 고르면?



① $\sqrt{2}$cm ② $\sqrt{3}$cm ③ $\sqrt{5}$cm

④ $\sqrt{6}$cm ⑤ $\sqrt{7}$cm

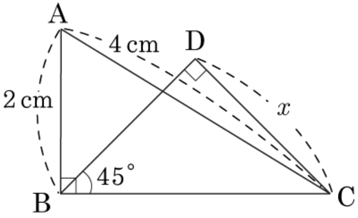
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

$100 + \overline{CD}^2 = 81 + 25$

$\overline{CD}^2 = 6 \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6}(\text{cm})$

19. 그림에서 $\overline{AB} = 2\,\text{cm}$, $\angle DBC = 45°$, $\overline{AC} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{6}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{2}\,\text{cm}$

③ $3\,\text{cm}$ ④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

⑤ $\sqrt{15}\,\text{cm}$

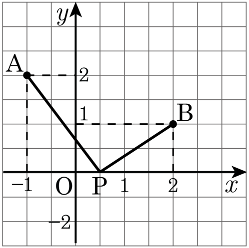
해설

$\overline{BC} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$1 : \sqrt{2} = x : 2\sqrt{3}$

$\therefore\ x = \sqrt{6}\ (\text{cm})$

20. 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, 2)$, $B(2, 1)$이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은?



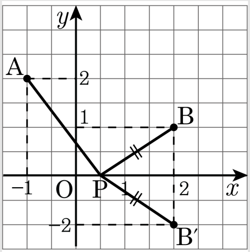
① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$

④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

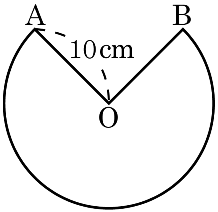
해설

$\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은 점 B 와 x 축에 대하여 대칭인 점 $B'(2,\ -1)$ 을 잡을 때, 선분 AB' 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB'} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2+(-1-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.



21. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 $16\pi\text{cm}$, $\overline{\text{OA}} = 10\text{cm}$ 이다. 이 전개도로 고깔을 만들 때, 고깔의 부피는?



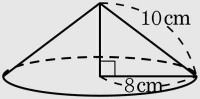
① $24\pi\text{cm}^3$ ② $36\pi\text{cm}^3$ ③ $54\pi\text{cm}^3$

④ $84\pi\text{cm}^3$ ⑤ $128\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름을 r라 하면

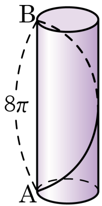
$16\pi = 2\pi r, \quad r = 8$



높이는 $\sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$ 이다.

따라서 고깔의 부피는 $\pi \times 8^2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 128\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 높이가 8π 인 원기둥에서 점 A 에서 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 10π 일 때, 원기둥의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6π

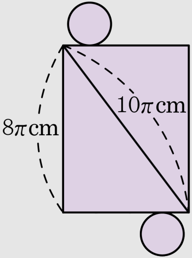
해설

원기둥의 전개도를 그려 보면 밑면의 둘레의 길이는

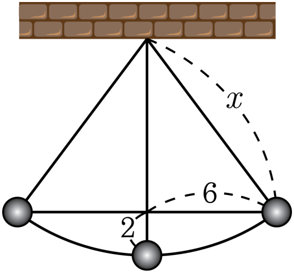
$\sqrt{(10\pi)^2 - (8\pi)^2}$

$= \sqrt{(100-64)\pi^2}$

$= 6\pi$ 이다.



23. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

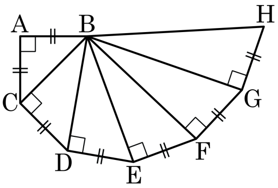
피타고라스 정리에 따라

$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

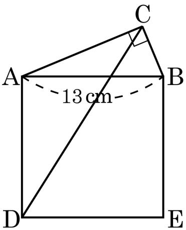
$\triangle BGH$의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

25. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

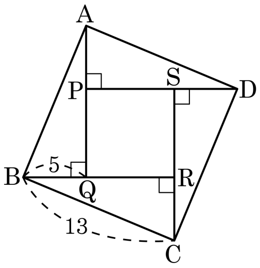
해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.

또, $\square ADEB = 13^2 = 169\,(\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$169 - 144 = 25\,(\text{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

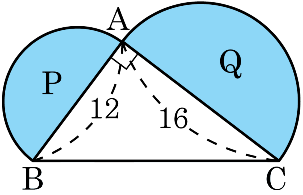
$\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2 \qquad \therefore \ \overline{AQ} = 12$,

$\overline{AP} = 5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

$\therefore$ □PQRS $= 7 \times 7 = 49$

27. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50π

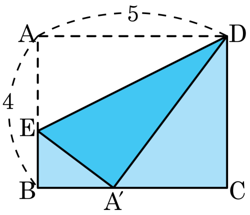
해설

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

$P + Q$는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$$P + Q = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \pi = 50\pi$$

28. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle A'BE$ 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = 4 - x$

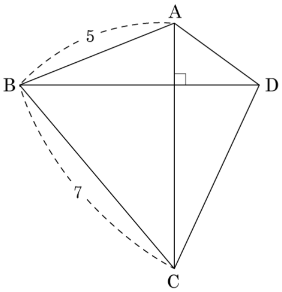
$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5$ 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{A'C} = 3$, $\overline{BA'} = 2$ 이다.

$\triangle A'BE$ 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$

$8x = 12 \quad \therefore \quad x = \frac{3}{2}$

$\therefore \quad \triangle A'EB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

29. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고,$\overline{AB} = 5$
, $\overline{BC} = 7$ 일 때,
$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



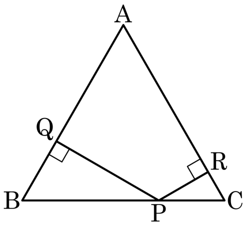
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$
$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

30. 다음 그림의 정삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 2 cm 이고 점 P 는 변 BC 위의 임의의 점이다. 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, $(\overline{PQ}+\overline{PR})^2$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

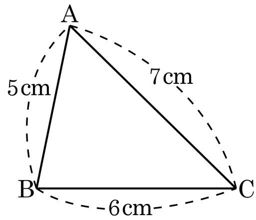
정삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$

$\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PR}$, $\overline{PQ} + \overline{PR} = \sqrt{3}$

$\therefore\ (\overline{PQ}+\overline{PR})^2 = 3$

31. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

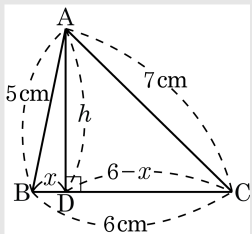


▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $6\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 의 점 A 에서 대변 BC 에 수선을 그어 그 교점을 D 라고 하자



$\overline{AD} = h$, $\overline{BD} = x$ 라고 하면 $\overline{CD} = 6 - x$

$\triangle ABD$ 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle ACD$ 에서 $h^2 = 7^2 - (6 - x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$

$12x = 12$, $x = 1(\text{cm})$

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ ($\because$ $x > 0$)

$\therefore$ $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

32. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:\sqrt{2}:2$ 이고 대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 일 때, 이 직육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $54\sqrt{2}$

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:\sqrt{2}:2$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $\sqrt{2}k$, $2k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 이므로

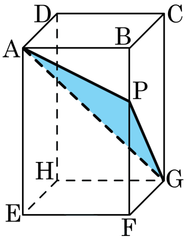
$$\sqrt{k^2+(\sqrt{2}k)^2+(2k)^2}=3\sqrt{7}$$

$7k^2=63$, $k^2=9$, $k>0$ 이므로 $k=3$

따라서 세 변의 길이는 3, $3\sqrt{2}$, 6 이다.

따라서 이 직육면체의 부피는 $3\times3\sqrt{2}\times6=54\sqrt{2}$ 이다.

33. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{AE} = 4\,\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5 + \sqrt{21}$ cm

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ (\mathrm{cm})$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$APG의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21}\ (\mathrm{cm})$

34. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 3$$

$\therefore\ a+b+c=9 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3} = 2$$

$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2 = 6$

$a^2-6a+9+b^2-6b+9+c^2-6c+9=6$

$a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-6\times 9+27=6$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=33$

따라서 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+5+7}{5} = \dfrac{33+12}{5} = 9$ 이다.

35. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

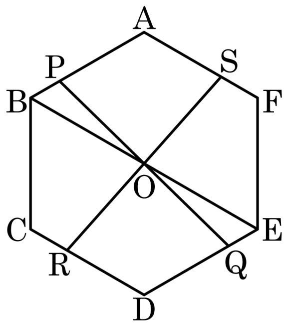
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 넓이가 12 인 정육각형 ABCDEF 의 변 AB 위의 한 점을 P , 선분 OP 의 연장선과 변 DE 의 교점을 Q 라 하고, 변 CD 위의 한 점을 R , 선분 OR 의 연장선과 변 AF 와의 교점을 S 라 할 때, $\square\mathrm{OPAS}+\square\mathrm{OBCR}+\triangle\mathrm{OEQ}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대각선 AD 와 대각선 CF 를 그었을 때,

$\triangle\mathrm{OPB} \equiv \triangle\mathrm{OQE}$

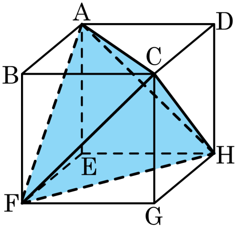
$\triangle\mathrm{OCR} \equiv \triangle\mathrm{OFS}$

따라서 $\square\mathrm{OPAS}+\square\mathrm{OBCR}+\triangle\mathrm{OEQ} = \triangle\mathrm{OAF}+\triangle\mathrm{OAB}+\triangle\mathrm{OBC}$ 이므로

전체 정육각형의 넓이의 $\dfrac{1}{2}$ 이다.

$\therefore\ \square\mathrm{OPAS}+\square\mathrm{OBCR}+\triangle\mathrm{OEQ} = \dfrac{12}{2} = 6$

37. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 각 면의 대각선을 모서리로 하는 정사면체 C – AFH 의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^3}$

▷ 정답 : $72\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

(삼각뿔 C – AFH의 부피)
= (정육면체의 부피) – {(삼각뿔 B – AFC)
+ (삼각뿔 G – CFH) + (삼각뿔 D – AHC)
+ (삼각뿔 E – AFH)}
= (정육면체의 부피) – 4 × (삼각뿔 B – AFC)

$$= 6 \times 6 \times 6 - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 6$$

$$= 216 - 144 = 72 \ \left(\text{cm}^3\right)$$