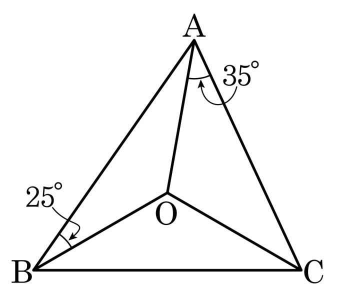
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



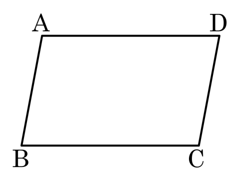
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

2. 다음 중 다음 □ABCD 가 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

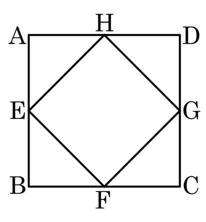
④ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle A + \angle B = 180°$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$

해설

③ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

3. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것은?



① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선의 길이는 다르다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

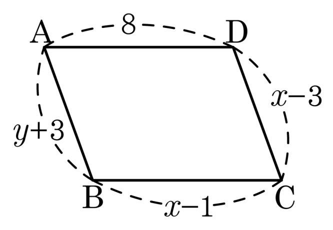
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

정사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 정사각형이 된다. 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같다.

4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

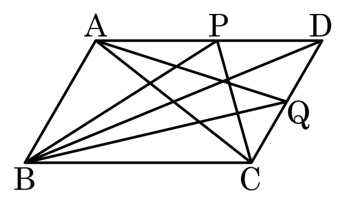


① $x=9,\ y=3$ ② $x=3,\ y=9$ ③ $x=9,\ y=5$
④ $x=5,\ y=3$ ⑤ $x=6,\ y=9$

해설

$x-1=8$에서 $x=9$,
$y+3=x-3=6$에서 $y=3$

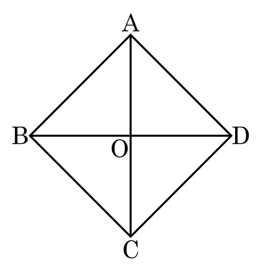
5. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. 이 때, △ACP 와 넓이가 같은 삼각형은?



① △ABC ② △ACQ ③ △ABP
④ △PBC ⑤ △PCD

해설
△ACP 와 △ABP 는 밑변을 공통으로 하고, 높이가 같으므로 넓이가 같다.

6. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

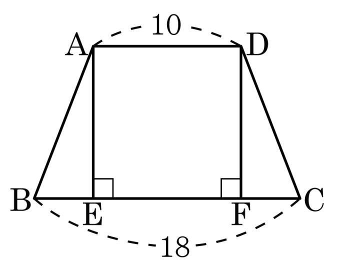
④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

7. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F라고 한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?

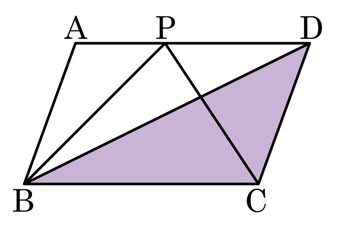


① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

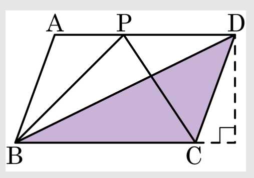
$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{CF}$이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$이다.

8. 다음 그림과 같이 $\square$ABCD가 평행사변형이고 $\triangle$PBC $= 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



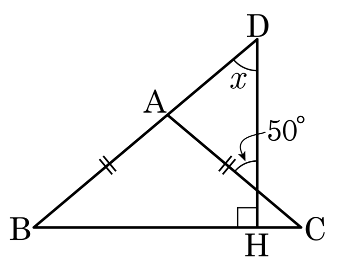
① 13cm^2　　② 14cm^2　　③ 15cm^2
④ 16cm^2　　⑤ 17cm^2

해설



$\triangle$PBC와 $\triangle$DBC는 밑변의 길이 $\overline{\text{BC}}$와 높이가 같으므로
$\triangle\text{DBC} = \triangle\text{PBC} = 14(\text{cm}^2)$이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 값은?

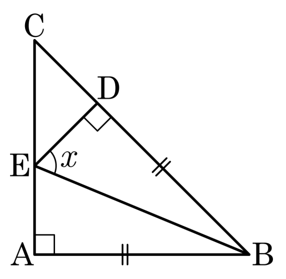


① $40°$　② $42°$　③ $45°$　④ $48°$　⑤ $50°$

해설

$\angle CPH$와 $\angle APD$는 맞꼭지각이므로
$\angle CPH=\angle APD=50°$
이때, $\triangle CPH$에서 $\angle PCH=40°$
또, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=40°$
$\triangle BHD$의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x+40°+90°=180°$
$\therefore \angle x=50°$

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

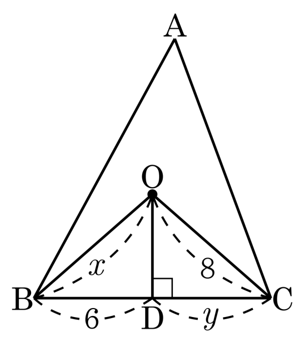


① 60°　② 62.5°　③ 65°　④ 67.5°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$
$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로
$\angle BEA = \angle BED = \angle x$
$\therefore \angle x = 135° \times \dfrac{1}{2} = 67.5°$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

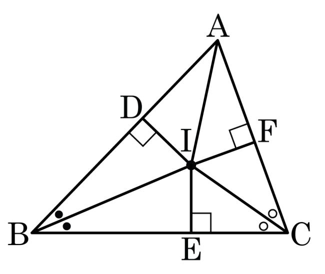


① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

$\overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로
$x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$ 이다.

12. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면 i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로 $\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$ ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡) iii) $\overline{ID} =($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$ iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$ $\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$ 따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다. 따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

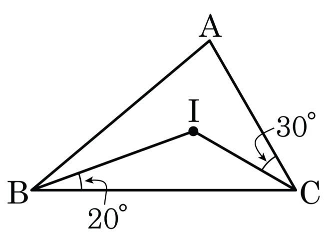
① ㉠ : $\overline{IE}$　② ㉡ : $\overline{IF}$　③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$　⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle ACI = 30°$일 때, $\angle A = (\qquad)°$의 크기는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 80

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

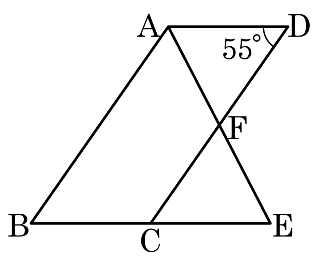
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 30°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 20° - 30° = 130°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 80°$

14. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 이고 $\angle D = 55°$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



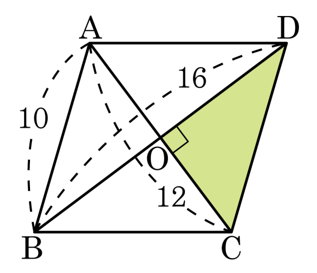
▶ 답 : °

▷ 정답 : 62.5 °

해설

$\angle ADC = \angle ABC = 55°$,
$\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 이등변삼각형, $\angle BAE = \angle BEA$ 이다.
$\angle BAE + \angle AEB + \angle EBA = 180°$, $180° - 55° = \angle BAE + \angle BEA = 125°$, $\angle BAE = \angle BEA = \frac{125°}{2} = 62.5°$
$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\angle BEA = \angle EAD$ 이므로, $\triangle AFD$ 에서 $\angle AFD + 55° + 62.5° = 180°$
그러므로 $\angle AFD = 180° - 55° - 62.5° = 62.5°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle COD = 90°$일 때, $\triangle COD$의 넓이는?

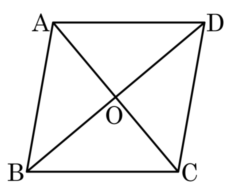


① 20 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$\triangle COD$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{CO} \times \overline{DO} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$이다.

16. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되는 조건인 것을 모두 골라라.(정답 3개)



㉠ $\overline{AB}=\overline{BC}$	㉡ $\overline{AD}=\overline{CD}$
㉢ $\angle AOB=90°$	㉣ $\angle BAC=\angle DCA$
㉤ $\angle BAC=\angle BCA$	㉥ $\angle DAC=\angle BCA$
㉦ $\angle BAO=\angle DAO$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 한다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle AOB=90°$이다.

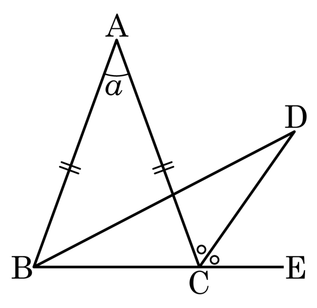
17. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

18. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle\mathrm{ACD} = \angle\mathrm{DCE}$, $\angle\mathrm{ABD} = 2\angle\mathrm{DBC}$, $\angle\mathrm{A} = a$ 일 때, $\angle\mathrm{BDC}$ 의 크기를 a 로 나타내면?



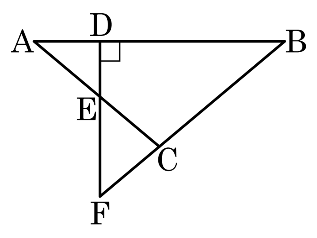
① $15° - \frac{5}{12}a$ ② $15° + \frac{5}{12}a$ ③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$ ⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle\mathrm{DBC} = y$ 라고 하면 $\angle\mathrm{ABD} = 2\angle\mathrm{DBC} = 2y$
$\triangle\mathrm{ABC}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{ABC} = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$
$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$
또한 $\angle\mathrm{ACD} = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고
$\triangle\mathrm{BCD}$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$180° = \angle\mathrm{BDC} + \angle\mathrm{DCB} + \angle\mathrm{CBD}$ $180° = \angle\mathrm{BDC} + 90° +$
$= \angle\mathrm{BDC} + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y$
$\frac{5}{2}y$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \angle\mathrm{BDC} &= 90° - \frac{5}{2}y \\ &= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15° + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



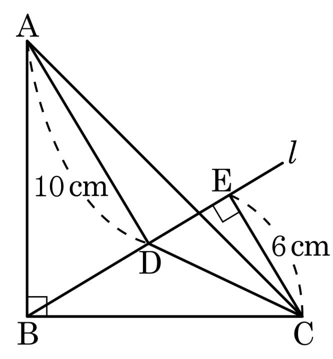
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{BC}$
$\angle A = \angle B = a$ 라 하면
$\triangle ADE$ 에서
$\angle AED = 90° - a$
또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로
$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠
또 $\triangle BDF$ 에서
$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로
$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면
$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$
$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$
따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

20. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?

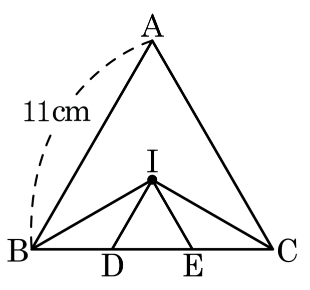


① 12cm^2　② 24cm^2　③ 30cm^2　④ 60cm^2　⑤ 90cm^2

해설

$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$
직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.
삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB}=11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

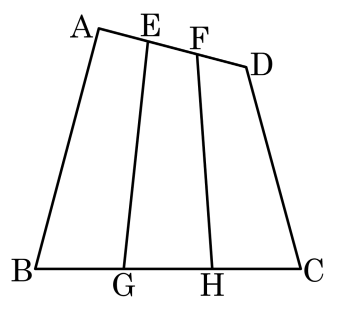


① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI=\angle IBD$ 이고 $\angle ABI=\angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD=\angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD}=\overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI=\angle ICE$ 이고 $\angle ACI=\angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE=\angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE}=\overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=11(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FD}$, $\overline{BG} = \overline{GH} = \overline{HC}$ 일 때, $\dfrac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFHG}$ 의 값을 구하여라.

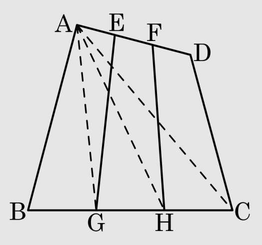


▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

다음과 같이 점선을 그으면



$\triangle ABC = 3\triangle AHC,\ \triangle CAD = 3\triangle CAE$

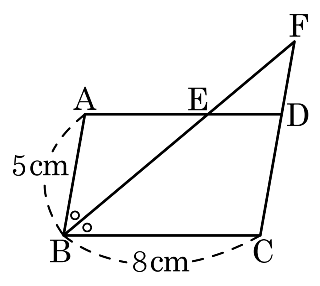
$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle CAD \\ &= 3\triangle AHC + 3\triangle CAE \\ &= 3(\triangle AHC + \triangle CAE) \\ &= 3\square AHCE \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square AHCE &= \triangle EHC + \triangle HAE \\ &= \triangle EGH + \triangle HEF \\ &= \square EGHF \cdots ㉡\end{aligned}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 $\square ABCD = 3\square EGHF$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ & \frac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFGH} \\ &= \frac{\square ABCD - \square EGHF}{\square EGHF} \\ &= \frac{2\square EFGH}{\square EFGH} \\ &= 2\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 8cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면 ?



① 3cm ② 5cm ③ 7cm ④ 9cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle FBC = \angle AFB$ 가 되어 $\triangle ABF$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AF} = 5(cm)$,
$\overline{FD} = \overline{AD} - \overline{AF} = 8 - 5 = 3(cm)$
$\overline{AB} // \overline{CE}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$, $\angle AFB = \angle EFD$ 이므로 $\angle DFE = \angle DEF$ 이다.
따라서 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF} = 3(cm)$

24. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 경우를 골라라. (점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

㉠ $\angle A = 70°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$
㉡ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
㉢ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\overline{AO} = \overline{DO}$
㉣ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BC}$
㉤ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

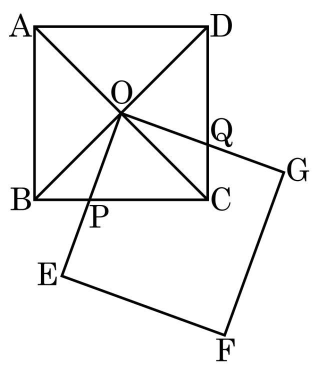
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

25. 다음 그림에서 □ABCD 와 □OEFG 는 합동인 정사각형이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, □OPCQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 25 cm^2

해설

△OBP 와 △OCQ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\angle BOP = 90° - \angle POC = \angle COQ$

$\angle OBP = \angle OCQ = 45°$

△OBP ≡ △OCQ (ASA 합동)

$\therefore \square OPCQ = \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 10 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$