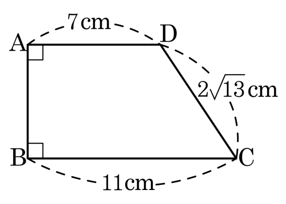
1. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

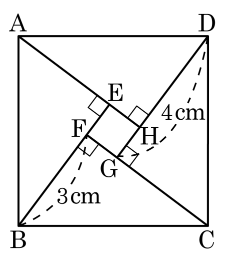


① $50\,\mathrm{cm}^2$　② $51\,\mathrm{cm}^2$　③ $52\,\mathrm{cm}^2$　④ $53\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $54\,\mathrm{cm}^2$

해설

높이를 h 라고 하자.
점 C 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면 $\overline{\mathrm{ED}} = 4(\mathrm{cm})$
따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $\mathrm{h} = \sqrt{52 - 16} = 6(\mathrm{cm})$
□ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (7 + 11) \times 6 = 54(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\mathrm{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



> □EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
> $\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

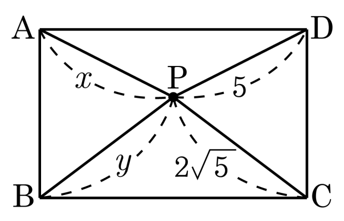
4. 다음 중 직각삼각형을 찾으면?

① 9, 12, 14 ② 1, $\sqrt{3}$, 2 ③ $\sqrt{5}$, 7, 9
④ 5, 7, 8 ⑤ 7, 9, 12

해설

$1^2 + \sqrt{3}^2 = 2^2$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있을 때, $x^2 - y^2$ 의 값을구하여라.

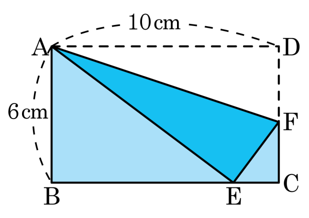


① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x^2 + (2\sqrt{5})^2 = y^2 + 5^2, x^2 - y^2 = 25 - 20 = 5$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\,cm$, $\overline{AD} = 10\,cm$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}\,cm$ ② $8\,cm$ ③ $2\sqrt{3}\,cm$

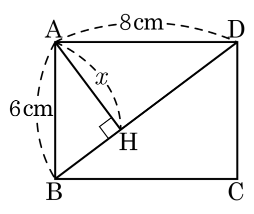
④ $5\,cm$ ⑤ $7\,cm$

해설

$\overline{AE} = \overline{AD}$ 이므로 피타고라스 정리에서

$\overline{BE} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\,cm)$

7. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



① 4cm ② 4.8cm ③ $2\sqrt{6}$cm
④ 5cm ⑤ 5.2cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$
$\triangle$ABD 에서 $10 \times x = 6 \times 8$
$\therefore\ x = 4.8(\text{cm})$

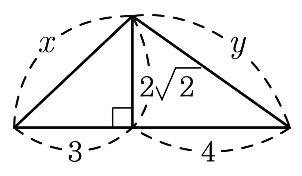
8. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 원점 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $y = x^2 - 4x + 5$ 의 그래프가 y축과 만나는 점은 $(0,\ 5)$ 이다.
따라서 원점과의 거리는 5 이다.

9. 다음 그림에서 x, y 의 값은?

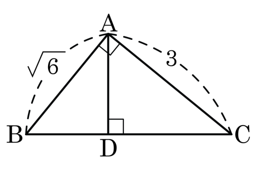


① x : $\sqrt{17}$, y : $\sqrt{6}$
② x : $\sqrt{17}$, y : $2\sqrt{6}$
③ x : $\sqrt{17}$, y : $3\sqrt{2}$
④ x : $3\sqrt{2}$, y : $2\sqrt{6}$
⑤ x : $3\sqrt{2}$, y : $\sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2$
$x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{17}$
$y^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$
$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

10. 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{1}{4}$ 라고 할 때, $20\overline{BD}^2$ 을 구하여라.



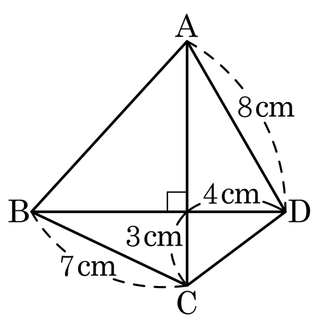
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{1}{4}$ 이므로 $\overline{BD} = k, \overline{DC} = 4k$ 라 하자.
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.
닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$
$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$
$k \times 5k = 6$ 이므로 $20\overline{BD}^2 = 20k^2 = 24$

11. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



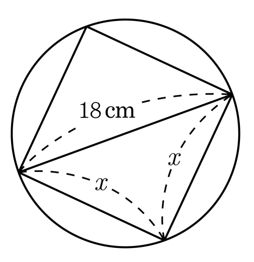
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $2\sqrt{22}$ cm

해설

$\overline{CD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$,
$(\overline{AD})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{CD})^2 + (\overline{AB})^2$,
$64 + 49 = 25 + (\overline{AB})^2 \qquad \therefore \overline{AB} = 2\sqrt{22}\ (\text{cm})$

12. 다음 그림은 지름의 길이가 18cm 인 원을 그린 것이다. 이것으로 단면이 가장 큰 정사각형 모양의 기둥을 만들려고 할 때, 이 정사각형의 한 변의 길이는 얼마로 해야 하는가?



① $\sqrt{2}$cm　　② $3\sqrt{2}$cm
③ $5\sqrt{2}$cm　　④ $7\sqrt{2}$cm
⑤ $9\sqrt{2}$cm

해설

$\sqrt{2}x = 18, x = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

13. 넓이가 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하면?

① $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

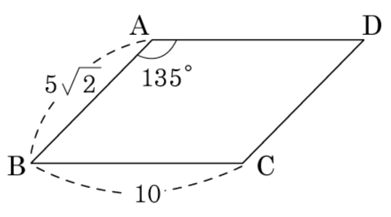
해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$, $a^2 = 72$, $a = 6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

따라서 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$ (cm) 이다.

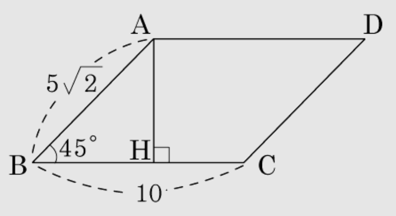
14. 다음 그림의 평행사변형은 두 변의 길이가 각각 $5\sqrt{2}$, 10 이고 한 내각의 크기가 $135°$ 이다. 이 도형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

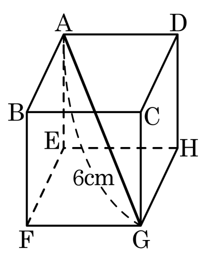
▷ 정답 : 50

해설



$\angle A = 135°$, $\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle B = 45°$ 이다.
점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\triangle ABH$ 는 한 내각의 크기가 $45°$ 이므로
$\overline{AB} : \overline{AH} = \sqrt{2} : 1$
$5\sqrt{2} : \overline{AH} = \sqrt{2} : 1$
$\therefore\ \overline{AH} = 5$
따라서, $\square ABCD$ 의 넓이는 $5 \times 10 = 50$ 이다.

15. 정육면체의 대각선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 정육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^3}$

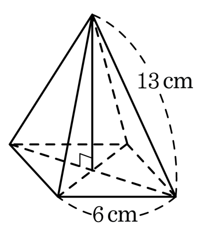
▷ 정답: $24\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

$\sqrt{3}a = 6 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

$V = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$

16. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 부피를 구하면?



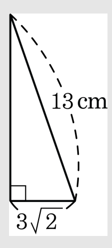
① $10\sqrt{151}\,\mathrm{cm}^3$　② $12\sqrt{151}\,\mathrm{cm}^3$
③ $14\sqrt{151}\,\mathrm{cm}^3$　④ $16\sqrt{151}\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $18\sqrt{151}\,\mathrm{cm}^3$

해설

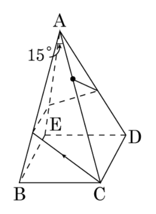
밑면의 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이므로

(높이) $= \sqrt{13^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{151}$

(부피) $= 6 \times 6 \times \sqrt{151} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{151}(\mathrm{cm}^3)$

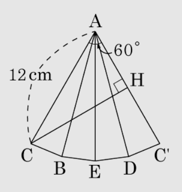


17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$　② $4\sqrt{3}\text{cm}$　③ $5\sqrt{3}\text{cm}$　④ $6\sqrt{3}\text{cm}$　⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

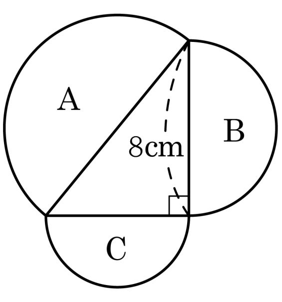


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $\mathrm{A} = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

19. 한 변의 길이가 $\frac{4x}{3}$ 인 정삼각형이 있다. 정삼각형의 넓이가 $\frac{16\sqrt{3}}{9}\ \text{cm}^2$ 일 때, x를 구하여라.

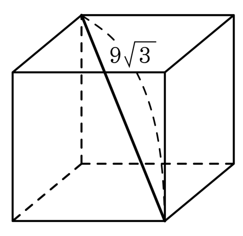
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $x = 2$ cm

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{4x}{3}\right)^2 = \frac{4\sqrt{3}x^2}{9} = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ 이므로 $x = 2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



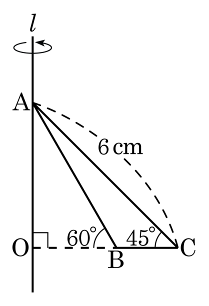
▶ 답 :

▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3}$, $a = 9$ $\therefore$ $\mathrm{V} = 9^3 = 729$

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $6\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$　③ $12\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $12\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

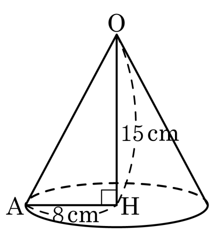
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}\ (\mathrm{cm})$

따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$- \left(\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.

22. 다음 그림의 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 높이가 $15\,\mathrm{cm}$ 이다. 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



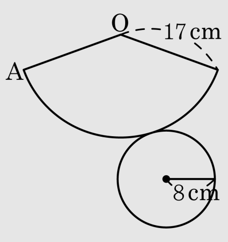
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $200\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{OAH}$ 에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{OH}}^2$

$\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17\,(\mathrm{cm})$



밑면의 반지름의 길이가 $8\,(\mathrm{cm})$ 이므로 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi\,(\mathrm{cm})$

전개도에서 옆면은 부채꼴이므로

(옆면의 넓이)

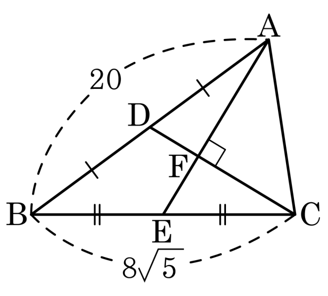
$= \frac{1}{2} \times$ (부채꼴의 반지름) $\times$ (호의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 17 \times 16\pi$

$= 136\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $= 136\pi + 64\pi = 200\pi(\mathrm{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 D, E 라 하고 $\overline{\mathrm{AE}}\perp\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AB}}=20$, $\overline{\mathrm{BC}}=8\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하여라.

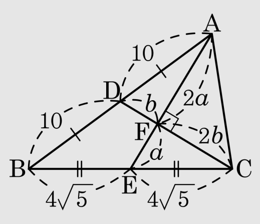


▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 F는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{EF}}=a$, $\overline{\mathrm{DF}}=b$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AF}}=2a$, $\overline{\mathrm{CF}}=2b$



$\triangle\mathrm{ADF}$ 에서 $4a^2+b^2=100$

$\triangle\mathrm{CFE}$ 에서 $a^2+4b^2=80$

$\therefore\ 5a^2+5b^2=180\ \ \therefore\ a^2+b^2=36$

$\triangle\mathrm{AFC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AC}}^2=4a^2+4b^2=144$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=12$

24. 좌표평면 위의 점 $A(0,\ 3)$, $P(x,\ 0)$, $Q(x,\ -1)$, $B(4,\ -2)$ 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 의 최솟값을 구하여라.

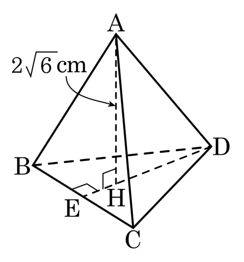
▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}+1$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 B′ 라 하면 $B'(4,\ -1)$
점 A 와 B′ 을 이은 선분이 x 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 가 최소가 된다.
이때, $\overline{AB'}=\overline{AP}+\overline{QB}$ 이므로 구하는 최솟값은
$\overline{AB'}+\overline{PQ}=\sqrt{(4-0)^2+(-1-3)^2}+1=4\sqrt{2}+1$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 정사면체의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $36\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle\mathrm{BCD}$ 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because\ \overline{\mathrm{DE}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

$\triangle\mathrm{ADH}$ 에서 $\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 - \overline{\mathrm{DH}}^2$ 이므로

$\left(2\sqrt{6}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$

$24 = \frac{2}{3}x^2,\ x^2 = 36$

$\therefore\ x = 6\ (\mathrm{cm})\ (\because\ x > 0)$

$(\text{겉넓이}) = 4\triangle\mathrm{ABC} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$

$= 36\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$