1. 다음 중 대푯값에 해당하는 것을 모두 고르면?

① 분산 ② 평균 ③ 산포도
④ 표준편차 ⑤ 최빈값

해설

대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.

2. 세 자연수 (a, b, c) 가 $a^2 + b^2 = c^2$ 을 만족한다고 할 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?

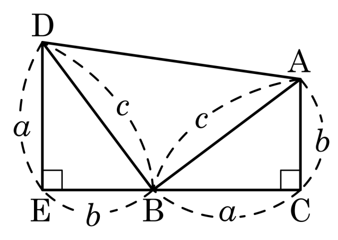
① $(3, 4, 5)$ ② $(1,\ \sqrt{2}, 2)$ ③ $(5,\ 12,\ 13)$
④ $(6,\ 8,\ 10)$ ⑤ $(5, 5, 5\sqrt{2})$

해설

$1^2 + (\sqrt{2})^2 < 2^2$

3. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 차례로 써놓은 것이다. 밑 줄에 들어갈 알맞은 것은?

> ㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.
> ㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90°$ 인 이등변삼각형이다.
> ㉢ ______________________
> ㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
> ㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$



① $\square DECA = \triangle DEB + \triangle DBA$

② $\square DECA = \triangle ABC + \triangle DBA$

③ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC$

④ $\square DEBA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

⑤ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$

해설

㉠ 다음 그림에서 $\triangle DEB \equiv \triangle BCA$ 이다.
㉡ $\triangle DBA$ 는 $\angle DBA = 90°$ 인 이등변삼각형이다.
㉢ $\square DECA = \triangle DEB + \triangle ABC + \triangle DBA$
㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$

4. 세 변의 길이가 $(x+2)\,\mathrm{cm}$, $(x-1)\,\mathrm{cm}$, $(x-6)\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9+4\sqrt{3}$

해설

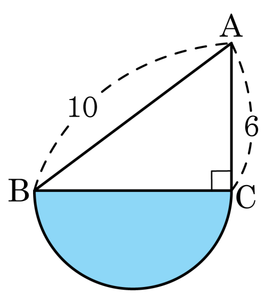
$(x+2)^2 = (x-1)^2 + (x-6)^2$

$x^2+4x+4 = x^2-2x+1+x^2-12x+36$

$x^2-18x+33=0$, $x = 9 \pm \sqrt{81-33}$

따라서 $x = 9 \pm \sqrt{48}$, $x > 6$ 이므로 $x = 9+4\sqrt{3}$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 나머지 한 변의 길이를 지름으로 하는 반원의 넓이는?



① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

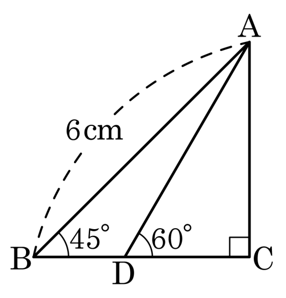
해설

$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$

따라서 반지름이 4 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi$

6. 다음 그림에서 $\angle ABC = 45°$, $\angle ADC = 60°$이고, $\overline{AB} = 6\,cm$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.



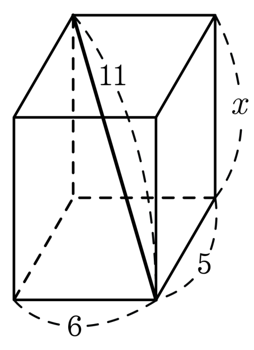
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $2\sqrt{6}$ cm

해설

삼각형 ABC에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \sqrt{2} : 1$이므로 $\overline{AC} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}(\,cm)$
삼각형 ACD에서 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$이므로 $\overline{AD} = 2\sqrt{6}(\,cm)$

7. 다음 직육면체에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{15}$

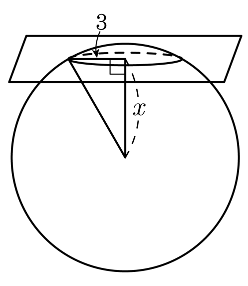
해설

$11 = \sqrt{6^2 + 5^2 + x^2}$

$121 = 36 + 25 + x^2$, $x^2 = 60$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{15}$

8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 구를 평면으로 자른 단면은 반지름의 길이가 3인 원이다. 이 때, 이 평면과 구의 중심과의 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

$x = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

9. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

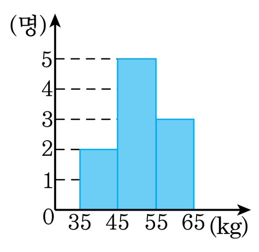
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A 이다.

10. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2+5+3=10$(명) 이므로

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{40\times2+50\times5+60\times3}{10}$$

$$= \frac{80+250+180}{10} = 51(\text{kg})$$

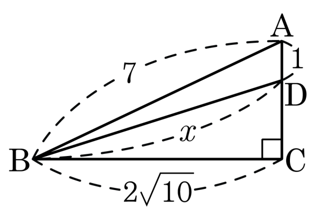
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(40-51)^2\times2+(50-51)^2\times5+(60-51)^2\times3\}$$

$$= \frac{1}{10}(242+5+243) = 49$$

이다.

11. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

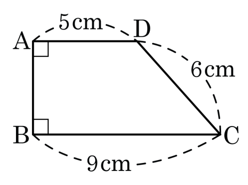


① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2+(2\sqrt{10})^2=7^2$
$(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2=49-40=9$
$\overline{\mathrm{CD}}+1=3, \overline{\mathrm{CD}}=2$
$\triangle$DBC 에서 $x^2=2^2+(2\sqrt{10})^2=4+40=44$
$\therefore x=2\sqrt{11}$

12. 다음 그림에서 사다리꼴의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}\,cm$　② $5\sqrt{2}\,cm$　③ $3\sqrt{5}\,cm$
④ $5\sqrt{3}\,cm$　⑤ $3\sqrt{5}\,cm$

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{EC} = 4\,cm$이므로 $\overline{AB} = \sqrt{36-16} = 2\sqrt{5}(\,cm)$이다.

13. 대각선의 길이가 12 인 정사각형의 넓이는?

① 36 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 144

해설

정사각형 한 변을 a 라 하면 대각선은 $\sqrt{2}a$ 이므로

$\sqrt{2}a = 12$, $a = \dfrac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

따라서, 정사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 72$ 이다.

14. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

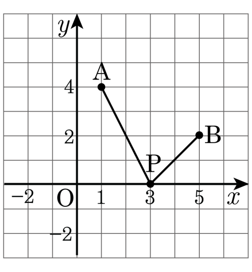
정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

(넓이) $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 = 36$

$\therefore\ a = 6$

(높이) $= \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

15. 좌표평면 위의 두 점 A$(1,\ 4)$, B$(5,\ 2)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하면?



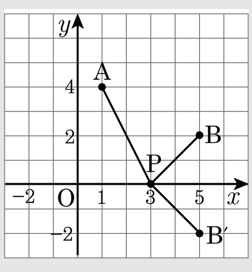
① $\sqrt{13}$　　② 2　　③ 3

④ $2\sqrt{6}$　　⑤ $2\sqrt{13}$

해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 B′$(5,-2)$, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최단 거리$=\overline{\mathrm{AB'}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ 이다.



16. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $6\sqrt{3}$ 일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}a$
이므로 $\sqrt{3}a=6\sqrt{3}$ 에서 $a=6$ 이다.

17. 한 변을 $\sqrt{3}a$ 로 하는 정사면체가 있다. 이 정사면체의 부피를 구하면?

① $\frac{\sqrt{5}}{4}a^3$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}a^3$
④ $\frac{\sqrt{7}}{5}a^3$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{6}a^3$

해설

$\frac{\sqrt{2}}{12}(\sqrt{3}a)^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3\sqrt{3}a^3 = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$

18. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

19. 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5 일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \cdots 4x_n+1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : 41

▷ 정답: 분산 : 80

해설

(평균)$= 4 \cdot 10 + 1 = 41$
(분산)$= 4^2 \cdot 5 = 80$

20. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{이상} \sim 2^{미만}$	4
$2^{이상} \sim 4^{미만}$	2
$4^{이상} \sim 6^{미만}$	18
$6^{이상} \sim 8^{미만}$	6
$8^{이상} \sim 10^{미만}$	2
합계	32

① 5, 1　② 5, 2　③ 5, 4　④ 6, 3　⑤ 6, 4

해설

(평균)$= \dfrac{1\times4+3\times2+5\times18+7\times6+9\times2}{32}$

$=5$

(분산)$= \dfrac{(-4)^2\times4+(-2)^2\times2}{32}$

$+\dfrac{0^2\times18+2^2\times6+4^2\times2}{32}=4$

$\therefore$ (표준편차)$= \sqrt{4}=2$

21. 좌표평면 위의 두 점 A, B 의 좌표는 다음과 같다. 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때 알맞은 a 의 값을 모두 고르면?

$\mathrm{A}(3,\ 2a+2),\ \mathrm{B}(a+1,\ 2)$

① 1 ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(3-a-1)^2+(2a+2-2)^2}$$
$$= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2=5$

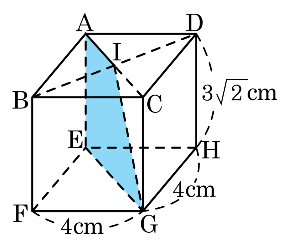
$4-4a+a^2+4a^2=5$

$5a^2-4a-1=0$

$(a-1)(5a+1)=0$

따라서 $a=1$ 또는 $a=-\frac{1}{5}$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 직육면체에서 윗면 ABCD 의 대각선의 교점이 I 일 때, □AEGI 의 넓이는?



① $16\,\text{cm}^2$　② $18\,\text{cm}^2$　③ $20\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$　⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

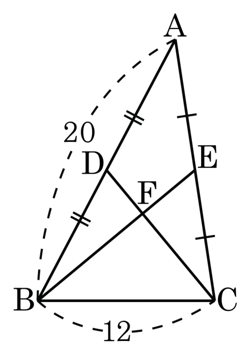
$\overline{\text{EG}} = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\overline{\text{AI}} = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$

□AEGI 는 사다리꼴이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2} = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 6$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

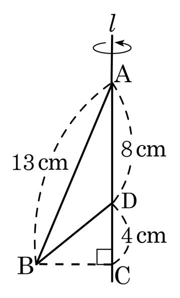
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$100 + \overline{EC}^2 = 36 + 144$

$\therefore \overline{EC} = 4\sqrt{5} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

24. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABD를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\dfrac{100}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $60\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $\dfrac{200}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $80\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $\dfrac{400}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 - \overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$\left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$

$= 100\pi - \dfrac{100}{3}\pi = \dfrac{200}{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.