1. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$ ⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc}=6\sqrt{5}=\sqrt{180}$

$\therefore\ abc=180=2^2\times3^2\times5$

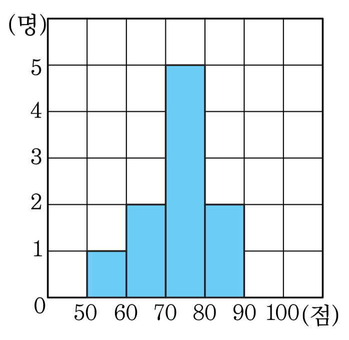
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$
\begin{aligned}
\therefore \text{(직육면체의 겉넓이)} &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\
&= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\
&= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\
&= 2(1+12\sqrt{5}) \\
&= 2+24\sqrt{5}
\end{aligned}
$$

2. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

(평균)$= \dfrac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10} = \dfrac{730}{10} = 73$(점)

(분산)$= \dfrac{1}{10}\left\{(55-73)^2\times1+(65-73)^2\times2\right\}$

$+\dfrac{1}{10}\left\{(75-73)^2\times5+(85-73)^2\times2\right\}$

$= \dfrac{760}{10} = 76$

3. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$　　② $x = y < z$　　③ $x < y = z$
④ $x = y > z$　　⑤ $x < y < z$

해설
X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

4. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

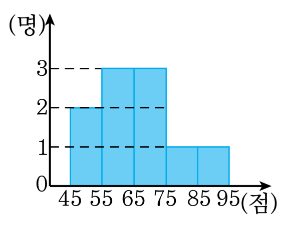
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$
$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

5. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

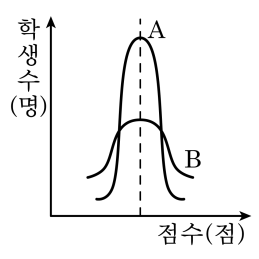
$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$이다.

6. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?



① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

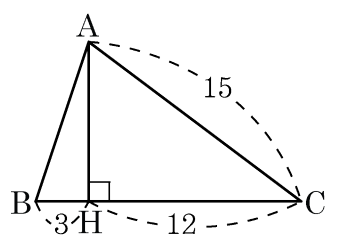
④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이는?

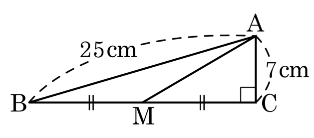


① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

8. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\,cm$, $\overline{AC} = 7\,cm$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\,cm$　② $\sqrt{191}\,cm$　③ $\sqrt{193}\,cm$

④ $\sqrt{194}\,cm$　⑤ $\sqrt{199}\,cm$

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$
$\therefore \overline{BC} = 24$
$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ $\therefore \overline{MC} = 12(cm)$
$\triangle AMC$ 에서
$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$
$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(cm)$

9. 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

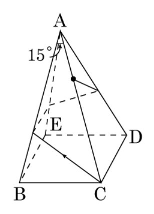
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{17}$

해설

$y = x^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이고,
$y = -x^2 + 2x + 3$
$y = -(x-1)^2 + 4$ 이므로 이 함수의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$ 이다.
따라서 두 점 사이의 거리는
$\sqrt{(1-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17}$ 이다.

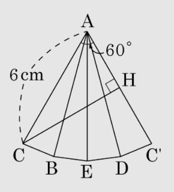
10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\text{cm}}$

▷ 정답 : $3\sqrt{3}\,\underline{\text{cm}}$

해설



옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$