

1. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로, 세로, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

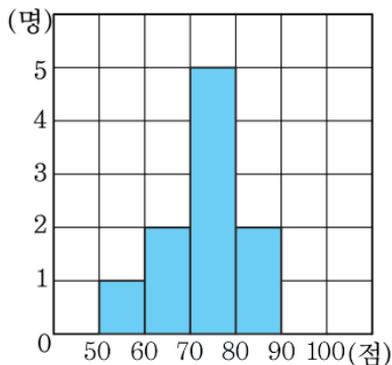
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

3. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수

Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수

Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.

이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.

한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

4. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값) \times (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

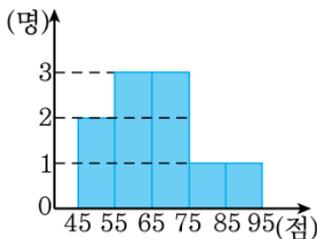
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(계급값) \times (도수)\} \text{의 총합}}{(도수) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

5. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108

② 121

③ 132

④ 144

⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은
(평균)

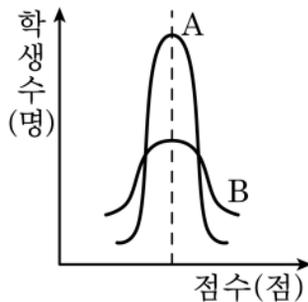
$$= \frac{\{(계급값) \times (도수)\} \text{의 총합}}{(도수) \text{의 총합}}$$

$$= \frac{660}{10} = 66(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{10} \{ (50 - 66)^2 \times 2 + (60 - 66)^2 \times 3 + (70 - 66)^2 \times 3 + (80 - 66)^2 \times 1 + (90 - 66)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{10} (512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144 \text{이다.} \end{aligned}$$

6. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?

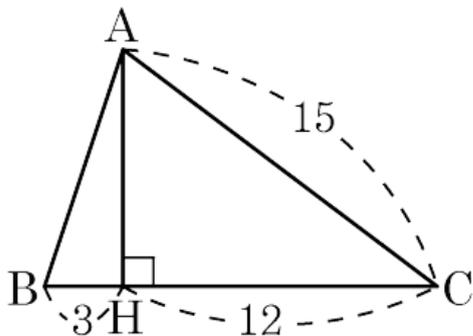


- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

7. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 \overline{AB} 의 길이는?



① $7\sqrt{2}$

② 13

③ $6\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{10}$

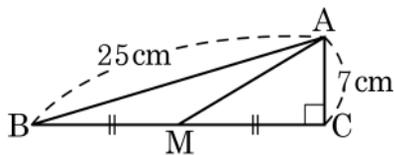
⑤ 5

해설

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

8. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BM} = \overline{CM}$,
 $\overline{AB} = 25 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 7 \text{ cm}$ 이다. 이때,
 \overline{AM} 의 길이는?



① $\sqrt{190} \text{ cm}$

② $\sqrt{191} \text{ cm}$

③ $\sqrt{193} \text{ cm}$

④ $\sqrt{194} \text{ cm}$

⑤ $\sqrt{199} \text{ cm}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$$

$$\therefore \overline{BC} = 24$$

$$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC} \therefore \overline{MC} = 12(\text{cm})$$

$\triangle AMC$ 에서

$$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$$

9. 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{17}$

해설

$y = x^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이고,

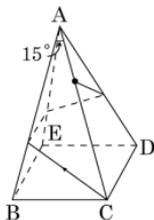
$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$y = -(x-1)^2 + 4$ 이므로 이 함수의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

따라서 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(1-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17} \text{ 이다.}$$

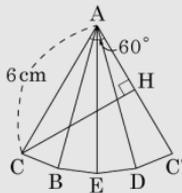
10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 15^\circ$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C에서 옆면을 지나 \overline{AC} 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3}\text{cm}$

해설



옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 \overline{CH} 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$$\therefore \overline{CH} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$