1. 네 개의 자료 $10, 12, 14, x$의 평균이 13일 때, x의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

평균이 13이므로 $\dfrac{10+12+14+x}{4}=13$

$36+x=52$

$\therefore x=16$

2. 다음을 구하여라.

(1) 6 회에 걸친 국어 시험 성적이 78 점, 82 점, 84 점, 66 점, x 점, 70 점이고, 평균이 79 점일 때, x 의 값
(2) 4 회에 걸친 영어 시험 성적이 88 점, 79 점, x 점, 83 점 이고, 평균이 83 점일 때, x 의 값

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 94 점

▷ 정답 : (2) 82 점

해설

(1) 평균이 79 이므로

$$\frac{78+82+84+66+x+70}{6}=79$$

$$380+x=474$$

$$\therefore\ x=94(\text{점})$$

(2) 평균이 83 이므로 $\frac{88+79+x+83}{4}=83$

$$250+x=332$$

$$\therefore\ x=82(\text{점})$$

3. 다음을 구하여라.

(1) 5 회에 걸친 수학 시험 성적이 70 점, 76 점, 88 점, 80 점, x 점이고, 평균이 76 점일 때, x 의 값
(2) 4 회에 걸친 영어 시험 성적이 72 점, 78 점, 90 점, x 점이고, 평균이 80 점일 때, x 의 값

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 66 점

▷ 정답 : (2) 80 점

해설

(1) 평균이 76 이므로 $\frac{70+76+88+80+x}{5}=76$

$314+x=380$

$\therefore\ x=66$(점)

(2) 평균이 80 이므로 $\frac{72+78+90+x}{4}=80$

$240+x=320$

$\therefore\ x=80$(점)

4. 5 개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 5 이고 분산이 10 일 때, $a+2, b+2, c+2, d+2, e+2$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하면?

① 평균 : 5, 분산 : 7
② 평균 : 5, 분산 : 10
③ 평균 : 6, 분산 : 10
④ 평균 : 7, 분산 : 10
⑤ 평균 : 8, 분산 : 15

해설

(평균)$= 1 \cdot 5 + 2 = 7$
(분산)$= 1^2 \cdot 10 = 10$

5. 다음 물음에 답하여라.

(1) x, y, z의 평균이 15일 때, $x+5$, $y+5$, $z+5$의 평균을 구하여라.
(2) a, b, c의 평균이 20일 때, $2a$, $2b$, $2c$의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 20

▷ 정답: (2) 40

해설

n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b에 대하여 평균은 $am+b$이고 표준편차는 $|a|s$이다.
(1) $15+5=20$
(2) $2\times 20=40$

6. 5개의 변량 a, b, c, d, e의 평균이 6이고 분산이 5일 때, $a-3, b-3, c-3, d-3, e-3$의 평균과 분산을 차례대로 나열하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : 3

▷ 정답: 분산 : 5

해설

(평균)$= 1 \cdot 6 - 3 = 3$
(분산)$= 1^2 \cdot 5 = 5$

7. n개의 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, $\cdots$, x_n의 평균이 5이고 표준편차가 4일 때, 변량 $5x_1$, $5x_2$, $5x_3$, $\cdots$, $5x_n$의 평균과 표준편차를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균: 25

▷ 정답: 표준편차: 20

해설

(평균)$= 5 \cdot 5 = 25$
(표준편차)$= |5|4 = 20$

8. 다음 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$ 의 평균을 $2M$, 분산을 $3S^2$ 이라 할 때, $2x_1+5,\ 2x_2+5,\ 2x_3+5,\ \cdots,\ 2x_n+5$ 의 평균과 분산을 순서대로 적어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : $4M+5$

▷ 정답 : 분산 : $12S^2$

해설

평균 : $4M+5$
분산 : $12S^2$

9. 다음 x, y, z 의 평균을 M, 분산을 S^2 이라 할 때, 세 수 $x+5$, $y+5$, $z+5$ 의 평균과 분산을 순서대로 적어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : $M+5$

▷ 정답 : 분산 : S^2

해설

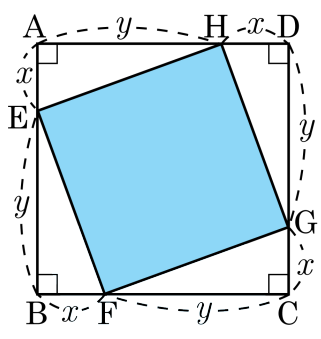
평균 : $\dfrac{x+y+z}{3} = M$ 이므로

세 수 $x+5$, $y+5$, $z+5$ 의 평균을

$\dfrac{x+y+z+15}{3} = \dfrac{x+y+z}{3} + 5 = M+5$

분산 : S^2

10. 다음 정사각형 ABCD 에서 4 개의 직각삼각형은 합동이고 $x^2+y^2=12$ 일 때, □EFGH 의 넓이를 구하여라.



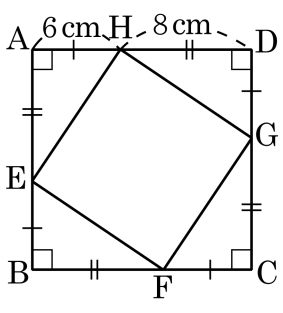
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

□EFGH 는 정사각형, (한 변의 길이) = $\sqrt{12}$, 넓이는 $\sqrt{12} \times \sqrt{12} = 12$

11. 다음 그림의 정사각형 ABCD를 보고, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{EH}$의 길이
(2) □EFGH의 넓이

▶ 답:

▶ 답:

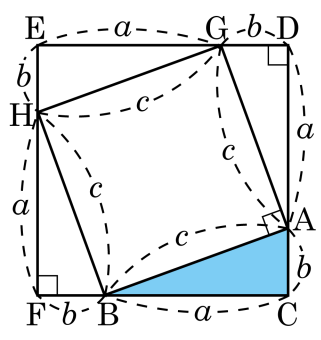
▷ 정답: (1) 10 cm

▷ 정답: (2) $100\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) $\overline{AE} = \overline{DH} = 8\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{EH} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\,\mathrm{cm})$
(2) □EFGH $= 10^2 = 100(\,\mathrm{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 한 변의 길이가 $a+b$인 정사각형 CDEF를 만들어 피타고라스 정리를 설명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



□CDEF = □ + 4△ABC이므로
$(a+b)^2 = c^2 + \square \times \frac{1}{2}ab$
$\therefore\ c^2 = \square + b^2$

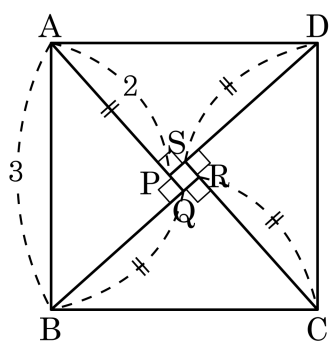
▶ 답:

▷ 정답: □AGHB, 4, a^2

해설

□CDEF = □AGHB + 4△ABC이므로
$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$
$\therefore\ c^2 = a^2 + b^2$

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, □ABCD 와 □PQRS 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $18 - 4\sqrt{5}$

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{5} - 2$

(□PQRS 의 넓이) $= (\sqrt{5} - 2)^2$

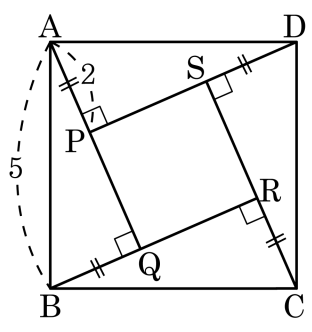
$= 5 + 4 - 4\sqrt{5}$

$= 9 - 4\sqrt{5}$

(□ABCD 의 넓이) $= 9$

$\therefore$ (넓이의 합) $= 18 - 4\sqrt{5}$

14. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, □ABCD 와 □PQRS 의 넓이의 차를 구하면?



① $\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{21}$ ④ $4\sqrt{21}$ ⑤ $5\sqrt{21}$

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{21} - 2$

(□PQRS 의 넓이) $= (\sqrt{21} - 2)^2$

$= 21 + 4 - 4\sqrt{21}$

$= 25 - 4\sqrt{21}$

(□ABCD 의 넓이) $= 25$

$\therefore$ (넓이의 합)$= 4\sqrt{21}$

15. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 모두 골라라.

㉠ $1,\ \sqrt{3},\ 2$	㉡ $5,\ 12,\ 13$	㉢ $3,\ 4,\ 5$
㉣ $2,\ 4,\ 2\sqrt{5}$	㉤ $2,\ \sqrt{6},\ 3$	㉥ $2,\ 3,\ 5$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $1,\ \sqrt{3},\ 2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$

㉡ $5,\ 12,\ 13 \Rightarrow 13^2 = 5^2 + 12^2$

㉢ $3,\ 4,\ 5 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + 4^2$

㉣ $2,\ 4,\ 2\sqrt{5} \Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = 2^2 + 4^2$

㉤ $2,\ \sqrt{6},\ 3 \Rightarrow 3^2 < 2^2 + (\sqrt{6})^2$

㉥ $2,\ 3,\ 5 \Rightarrow 2^2 + 3^2 < 5^2$

16. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것은 '○'표, 직각삼각형이 아닌 것은 '×'표 하여라.

(1) $2,\ \sqrt{6},\ 3$
(2) $5,\ 12,\ 13$
(3) $2,\ 4,\ 2\sqrt{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ×

▷ 정답 : (2) ○

▷ 정답 : (3) ○

해설

(1) $3^2 \neq 2^2 + (\sqrt{6})^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
(2) $13^2 = 5^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.
(3) $(2\sqrt{5})^2 = 2^2 + 4^2$ 이므로 직각삼각형이다.

17. 세 변의 길이가 각각 $x+1$, $x-1$, $x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

삼각형의 세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 $x-1$ 이 양수이어야 한다.

$x-1>0$, $x>1$

$(x+3)^2=(x+1)^2+(x-1)^2$

$x^2+6x+9=x^2+2x+1+x^2-2x+1$

$x^2-6x-7=0$

$x=-1$ 또는 7

$x>1$ 이므로 $x=7$ 이다.

18. x 가 2 보다 큰 수일 때, 삼각형의 세 변의 길이가 6, $x+3$, $x+5$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값으로 알맞은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+5$ 가 빗변의 길이이므로

$(x+5)^2 = (x+3)^2 + 36$

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 6x + 45$

$4x = 20$

$\therefore x = 5$

19. 각 변의 길이가 6, 8, x 인 직각삼각형이 있다. x 가 가장 긴 변이라고 할 때, 각 변의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$x^2 = 6^2 + 8^2$
$x^2 = 100$
$x = 10$
각 변은 6, 8, 10 이므로
$6 + 8 + 10 = 24$ 이다.

20. 세 변의 길이가 $x, x+2, x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x+4$ 가 가장 긴 변이므로 빗변에 해당한다. 따라서 피타고라스 정리를 이용하면

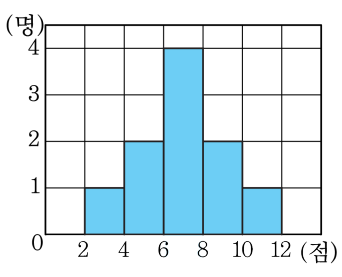
$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-6)(x+2) = 0$

$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

21. 다음 히스토그램은 우리 반 10명의 학생이 한달동안 읽은 책의 수를 조사한 것이다. 이 자료의 분산은?



① 3.5 ② 3.7 ③ 3.9 ④ 4.5 ⑤ 4.8

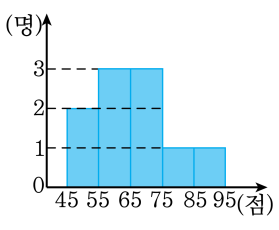
해설

$$(\text{평균}) = \frac{3\times1+5\times2+7\times4+9\times2+11\times1}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$(\text{분산}) = \frac{(3-7)^2\cdot1+(5-7)^2\cdot2}{10}$$

$$+\frac{(9-7)^2\cdot2+(11-7)^2\cdot1}{10} = 4.8$$

22. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

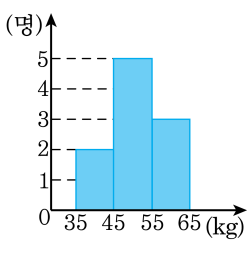
$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$ 이다.

23. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2+5+3=10$(명) 이므로
학생들의 몸무게의 평균은

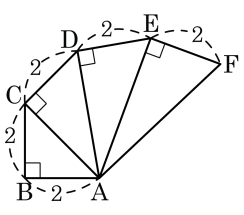
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{40\times 2+50\times 5+60\times 3}{10}$$
$$= \frac{80+250+180}{10} = 51(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(40-51)^2\times 2+(50-51)^2\times 5+(60-51)^2\times 3\}$$
$$= \frac{1}{10}(242+5+243) = 49$$

이다.

24. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

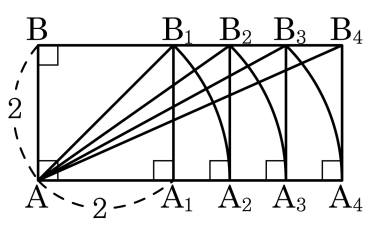
③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AE} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4$,
$\overline{AF} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

25. 다음 그림이 조건을 만족할 때, ☐ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



조건 1 : $\square AA_1B_1B$는 정사각형

조건 2 : $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$

(1) $\overline{AA_2} =$ ☐

(2) $\overline{AA_3} =$ ☐

(3) $\overline{AA_4} =$ ☐

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $2\sqrt{2}$

▷ 정답 : (2) $2\sqrt{3}$

▷ 정답 : (3) 4

해설

(1) $\triangle AA_1B_1$에서 $\overline{AB_1} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 2\sqrt{2}$

(2) $\triangle AA_2B_2$에서

$\overline{AB_2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{8+4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

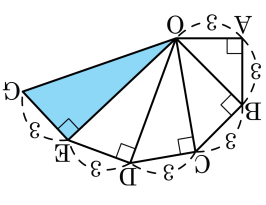
$\therefore \overline{AA_3} = \overline{AB_2} = 2\sqrt{3}$

(3) $\triangle AA_3B_3$에서

$\overline{AB_3} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{12+4} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore \overline{AA_4} = \overline{AB_3} = 4$

26. 다음 그림에서 △OEG 의 넓이는?



① $9\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\frac{9}{2}\sqrt{5}$

④ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\overline{OE} = \sqrt{3^2+3^2+3^2+3^2+3^2} = 3\sqrt{5}$

따라서 △OEG 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3 = \frac{9\sqrt{5}}{2}$