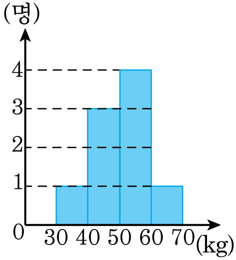
1. 다음 그림은 영희네 분단 학생 9 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 9 명의 몸무게의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 35, 최빈값 : 45

② 중앙값 : 45, 최빈값 : 55

③ 중앙값 : 55, 최빈값 : 55

④ 중앙값 : 55, 최빈값 : 65

⑤ 중앙값 : 65, 최빈값 : 55

해설

최빈값은 학생 수가 4 명으로 가장 많을 때인 55 이고, 학생들의 몸무게를 순서대로 나열하면 35, 45, 45, 45, 55, 55, 55, 55, 65 이므로 중앙값은 55 이다.

2. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$의 평균이 70일 때, x의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

평균이 70이므로 $\dfrac{75+70+65+60+x}{5}=70$

$270+x=350$

$\therefore x=80$

3. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0, \quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2$ 의 값은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

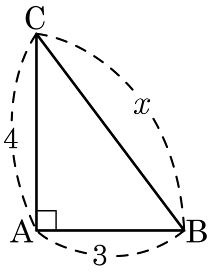
해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4$, $y-4$, $z-4$ 이다.
따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$\therefore\ (x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$ 이다.

5. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{}$

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

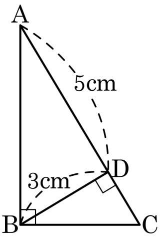
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^{\circ}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$　② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$　③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$　⑤ $\dfrac{18}{5}$

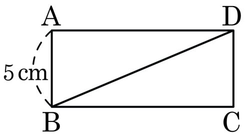
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \dfrac{3^2}{5} = \dfrac{9}{5}(\mathrm{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{9}{5}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

7. 다음 그림과 같이 세로의 길이가 5 인 직사각형의 넓이가 60 일 때, 직사각형의 대각선 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

직사각형의 넓이는

$5 \times \overline{\mathrm{AD}} = 60$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = 12$

$\overline{\mathrm{BD}} = \mathrm{x}$라 하면

피타고라스 정리에 따라

$5^2 + 12^2 = x^2$

x 는 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $x = 13$ 이다.

8. 넓이가 75 인 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, b는 최소의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=11$

해설

넓이가 75 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(5\sqrt{3})^2+(5\sqrt{3})^2=x^2$
$x^2=150$
그런데, $x>0$ 이므로
$x=\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times 6}=5\sqrt{6}$
따라서 $a=5$, $b=6$ 이므로 $a+b=11$ 이다.

9. 정삼각형의 넓이가 $81\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 이다. 한 변의 길이를 구하여라.

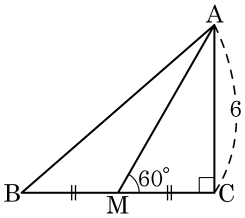
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 81\sqrt{3}$, $a = 18$ 이다.

10. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{19}$

④ $4\sqrt{17}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{\mathrm{CM}} : 6$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CM}} = 2\sqrt{3}$

$x = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$

11. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

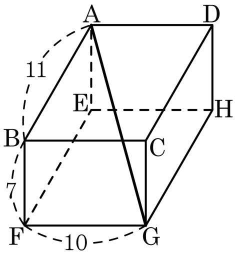
해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2} = \sqrt{34}$ 이다.

$a^2-2a-8=0$, $(a-4)(a+2)=0$

$\therefore a=4$

12. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG의 길이를 구하여라.



① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{30}$ ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 10^2 + 11^2}$$
$$= \sqrt{49 + 100 + 121} = 3\sqrt{30}$$

13. 대각선의 길이가 $9\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.

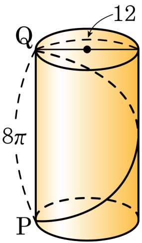
▶ 답 :

▷ 정답 : $1458\sqrt{2}$

해설

한 모서리의 길이를 a라고 하면
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{6}$이므로 $a = 9\sqrt{2}$
따라서 정육면체의 부피는 $(9\sqrt{2})^3 = 1458\sqrt{2}$

14. 다음 그림과 같은 원기둥에서 점 P 에서 옆면을 따라 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

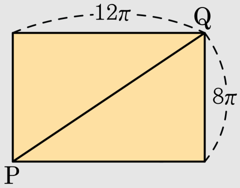


▶ 답 :

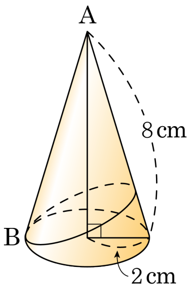
▷ 정답 : $4\sqrt{13}\pi$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{(12\pi)^2 + (8\pi)^2} = 4\sqrt{13}\pi$



15. 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고, 모선의 길이가 8cm 인 원뿔이 있다. 밑변인 원의 둘레 위의 한 점 B에서 옆면을 지나 다시 점 B로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ **답 :** ________ cm

▷ **정답 :** $8\sqrt{2}$ cm

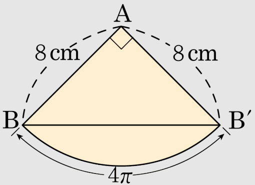
해설

$\angle BAB' = x$라고 하면

$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 2$

$x = 90°$

따라서 최단거리는 $8\sqrt{2}$cm



16. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간　　② 2시간　　③ 3시간
④ 4시간　　⑤ 5시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

17. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : ______ 점

▷ 정답 : 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은

$8.5 \times 4 = 34$(점)

5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{34+x}{5} = 7.5, \quad 34+x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5(\text{ 점})$$

18. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$　　② $x = y < z$　　③ $x < y = z$

④ $x = y > z$　　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

19. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답 : 점

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답 : 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7}=80,$$

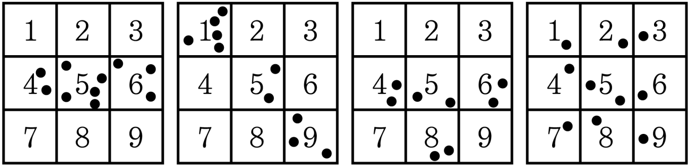
$a+b=157$ 이다.

$$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7}=\frac{146}{7},$$

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75,\ b=82$ 이다.

20. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



〈정호〉 〈제기〉 〈범진〉 〈성규〉

▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

21. 다음 표는 어느 중학교 2학년 학생들의 2학기 중간고사 영어 시험의 결과이다. 다음 설명 중 옳은 것은?

학급	1반	2반	3반	4반
평균(점)	70	73	80	76
표준편차(점)	5.2	4.8	6.9	8.2

① 각 반의 학생 수를 알 수 있다.

② 90점 이상인 학생은 4반이 3반 보다 많다.

③ 3반에는 70점 미만인 학생은 없다.

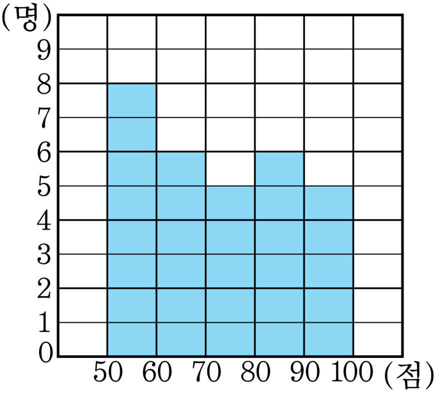
④ 2반 학생의 성적이 가장 고르다.

⑤ 4반이 평균 가까이에 가장 밀집되어 있다.

해설

표준편차가 가장 작은 반이 2반이므로 성적 분포가 가장 고른 반은 2반이다.

22. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$　② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균: $\frac{55\times8+65\times6+75\times5+85\times6}{30}+\frac{95\times5}{30}=73$

편차: $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산: $\frac{(-18)^2\times8+(-8)^2\times6+2^2\times5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

23. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	3
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	2
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$

$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

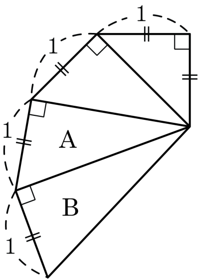
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$

$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

24. 다음 그림에서 삼각형 A 와 B 의 둘레의 길이의 차는?



① 1　　② $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

③ $2-\sqrt{3}$　　④ $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

해설

삼각형 A 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=\sqrt{3}+1+2=3+\sqrt{3}$ 이다.

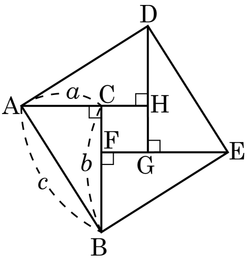
삼각형 B 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=2+1+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$ 이다.

따라서 차는 $3+\sqrt{5}-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ 이다.

25. 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 다음 그림과 같이 맞추어 변 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형을 만들었을 때, $\overline{CH}$를 구하여라.



▶ 답 :

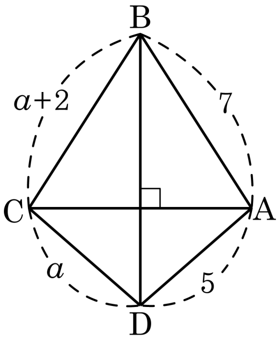
▷ 정답 : $b - a$

해설

□CFGH는 네 변의 길이가 같고 네 내각이 90°이므로 정사각형이다.

$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = b - a$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 인 □ABCD 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

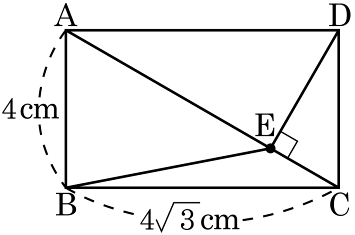
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$a^2+7^2=(a+2)^2+5^2$

$a^2+49=a^2+4a+4+25$

$4a=20 \quad \therefore a=5$

27. 아래 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 D 에서 대각선 AC 에 수선 DE 를 긋고, 점 B 와 점 E 를 연결한 것이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는 몇 cm 인가?



① $2\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{3}$ cm ③ 4 cm

④ $2\sqrt{5}$ cm ⑤ $2\sqrt{7}$ cm

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$

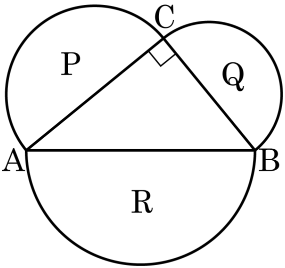
$\triangle$ACD 의 넓이를 이용하면 $\overline{ED} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle$DCE 에서 $\overline{EC} = 2\,\text{cm}, \overline{AE} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{ED}^2$, $6^2 + 2^2 = x^2 + (2\sqrt{3})^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{7}\,\text{cm}$

28. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P , Q , R 라고 할 때, $Q = 12\pi\text{cm}^2$, $R = 30\pi\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$P + Q = R$ 에서 $P + 12\pi = 30\pi$

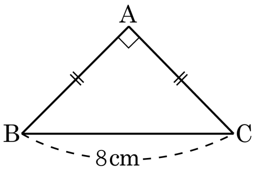
$\therefore P = 18\pi\,\text{cm}^2$

반원의 넓이가 $18\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 원의 넓이는 $36\pi\,\text{cm}^2$

따라서 원의 반지름은 6 cm 이고 지름은 12 cm 이다.

$\therefore \overline{AC} = 12\,\text{cm}$

29. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



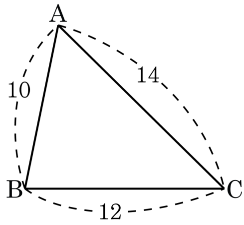
① $32\,\mathrm{cm}^2$
② $24\,\mathrm{cm}^2$
③ $16\,\mathrm{cm}^2$
④ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$2\overline{AB^2} = 8^2$, $\overline{AB} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\triangle ABC = (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{1}{2} = 16(\mathrm{cm}^2)$

30. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하면?



① $24\sqrt{6}$　② $12\sqrt{6}$　③ $8\sqrt{6}$

④ $\dfrac{14\sqrt{6}}{3}$　⑤ 24

해설

점 A에서 변 BC에 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{BH} = x$라고 하면 $\overline{CH} = 12 - x$이다.

$\triangle ABH$ 에서

$\overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = 10^2 - x^2$ 이고

$\triangle ACH$ 에서

$\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 = 14^2 - (12 - x)^2$

$\overline{AH}^2 = 10^2 - x^2 = 14^2 - (12 - x)^2$ 에서

$100 - x^2 = 196 - 144 + 24x - x^2$

$24x = 48$

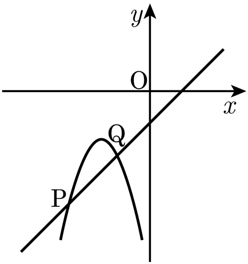
$\therefore\ x = 2$

따라서 직각삼각형 ABH 에서

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{6} = 24\sqrt{6}$ 이다.

31. 다음과 같이 $y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 2　② 3　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$

$-x^2-6x-12=x-2$

$x^2+7x+10=0$

$(x+5)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 $P(-5,\ -7)$, $Q(-2,\ -4)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{(-5+2)^2+(-7+4)^2}\\ &= \sqrt{3^2+3^2}\\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$ 이다.

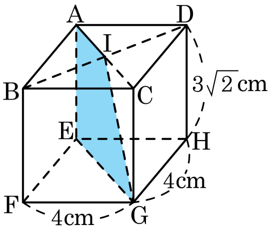
32. 다음 중 좌표평면 위의 원점 O 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4 인 원의 외부에 있는 점의 좌표를 구하면?

① A(1, 3) ② B(−4, 0) ③ C(−2, $-\sqrt{5}$)
④ D($\sqrt{13}$, 2) ⑤ E(3, $-\sqrt{7}$)

해설

$\overline{OA} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} < 4$
$\overline{OB} = \sqrt{4^2+0^2} = 4$
$\overline{OC} = \sqrt{(-2)^2+(-\sqrt{5})^2} = 3 < 4$
$\overline{OD} = \sqrt{(\sqrt{13})^2+2^2} = \sqrt{17} > 4$
$\overline{OE} = \sqrt{3^2+(-\sqrt{7})^2} = \sqrt{16} = 4$
따라서, 점 D 는 원의 외부에 있다.

33. 다음 그림과 같은 직육면체에서 윗면 ABCD 의 대각선의 교점이 I 일 때, □AEGI 의 넓이는?



① $16\,\mathrm{cm}^2$ ② $18\,\mathrm{cm}^2$ ③ $20\,\mathrm{cm}^2$

④ $22\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

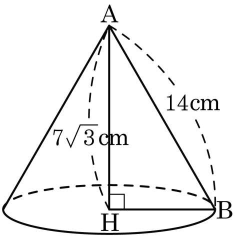
$\overline{EG} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\overline{AI} = 2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

□AEGI 는 사다리꼴이므로

넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2} = 18(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

34. 다음 원뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{341\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ② $\dfrac{342\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

③ $\dfrac{343\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ④ $\dfrac{344\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

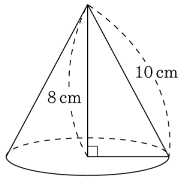
⑤ $\dfrac{345\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$$\overline{\text{BH}} = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{3})^2} = \sqrt{196 - 147} = \sqrt{49} = 7$$

부피는 $7 \times 7 \times \pi \times 7\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{343\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

35. 다음 그림과 같이 높이가 8cm , 모선의 길이가 10cm 인 원뿔이 있다. 겉넓이와 부피를 각각 구하면?



① 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

② 겉넓이 : $94\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

③ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $94\pi\text{cm}^3$

④ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $96\pi\text{cm}^3$

⑤ 겉넓이 : $96\pi\text{cm}^2$, 부피 : $98\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름은 6cm 이므로

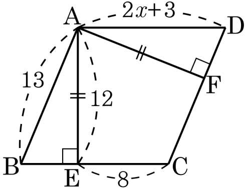
(겉넓이) $= \frac{1}{2} \times 12\pi \times 10 + 36\pi$

$= 60\pi + 36\pi = 96\pi(\text{cm}^2)$

(부피) $= \frac{1}{3} \times 36\pi \times 8$

$= 96\pi(\text{cm}^3)$

36. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



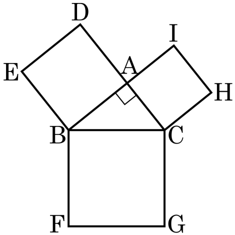
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle$ABE 는 직각삼각형이므로
$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.
$\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

37. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10 이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21　② 22　③ 23

④ 24　⑤ 25

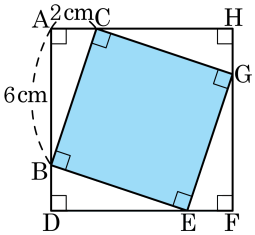
해설

$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$

$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각 삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\ \underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)

따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}$ cm 인 정사각형이므로

$\square BEGC = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 40\ (\mathrm{cm}^2)$

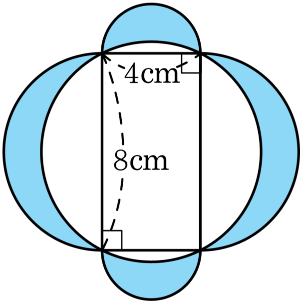
39. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm
④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6 + 8 > x$(m) 이고 $6^2 + 8^2 = x^2$
$\therefore x = 10$ (cm)
④ $x < 8$ 이면
$x + 6 > 8$ 이고 $x^2 + 6^2 = 8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$(cm)
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

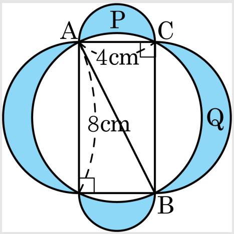
40. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

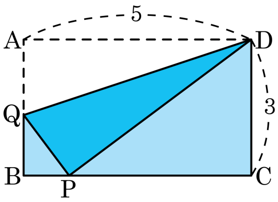
▷ 정답 : $32\,\mathrm{cm}^2$

해설



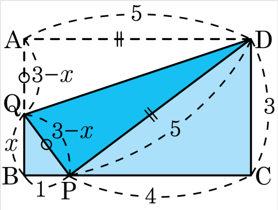
색칠한 부분 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$ 의 넓이는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
$\therefore\ \ 4\times 8=32(\mathrm{cm}^2)$

41. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

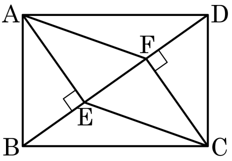


$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$

$\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$

$\triangle BPQ$ 에서 $(3 - x)^2 = x^2 + 1$, $6x = 8$ $\therefore$ $x = \frac{4}{3}$

42. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$ 이고, $\overline{BD}=15\,\mathrm{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$ 이므로

$5\times15=\overline{AB}^2$, $\overline{AB}=5\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle ABD$ 가 직각삼각형이므로

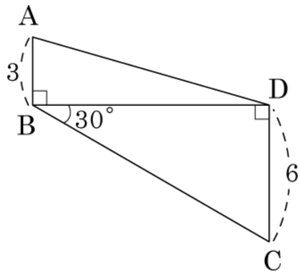
$\overline{AD}=\sqrt{15^2-(5\sqrt{3})^2}=5\sqrt{6}(\mathrm{cm})$ 이다.

$$\overline{AE}=\frac{\overline{AB}\times\overline{AD}}{\overline{BD}}=5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$=5\sqrt{2}\times5=25\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

43. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 30°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

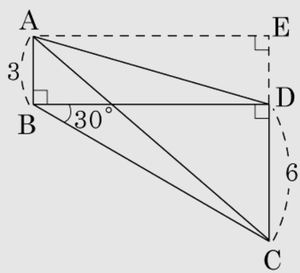
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = 3\sqrt{21}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$

해설

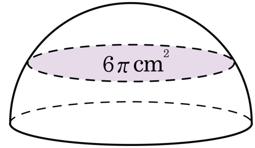
대각선 BD 의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 3 + 6 = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$

44. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



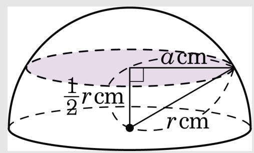
① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

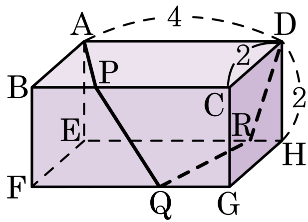
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} +$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

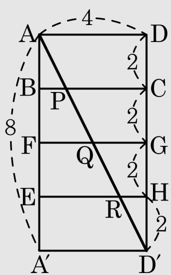
45. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

전개도를 그려 보면



$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

46. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$　② $2+\sqrt{3}$　③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$　⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc}=6\sqrt{5}=\sqrt{180}$

$\therefore\ abc=180=2^2\times3^2\times5$

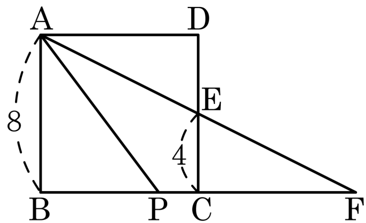
한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\ &= 2(1+12\sqrt{5}) \\ &= 2+24\sqrt{5}\end{aligned}$$

47. 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 점 A와 점 P를 잇고 $\angle\mathrm{PAD}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선과의 교점을 F라 하자. $\overline{\mathrm{EC}} = 4$일 때, $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle\mathrm{ECF} \backsim \triangle\mathrm{ABF}$ 이므로

$8 : 4 = (\overline{\mathrm{CF}} + 8) : \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{CF}} = 8$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{CFE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{APF}$ 는 이등변삼각형

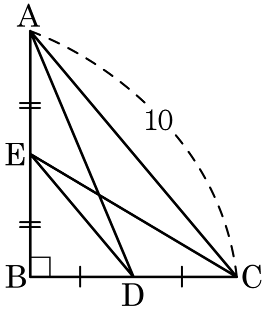
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BP}} = 16 - x$

$\triangle\mathrm{ABP}$ 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

48. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 하면

$\overline{AB} = 2x,\ \overline{BC} = 2y$

$(2x)^2 + (2y)^2 = 100$

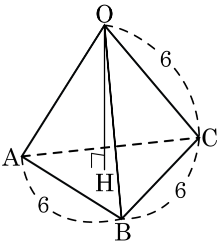
$4x^2 + 4y^2 = 100$

$4(x^2 + y^2) = 100 \qquad \therefore\ x^2 + y^2 = 25$

$\overline{ED} = \sqrt{x^2 + y^2} = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= \overline{ED}^2 + \overline{AC}^2 \\ &= (\sqrt{x^2 + y^2})^2 + 10^2 \\ &= x^2 + y^2 + 100 \\ &= 25 + 100 \\ &= 125\end{aligned}$$

49. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 O – ABC 이다. 꼭짓점 O 에서 밑면인 △ABC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{OH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

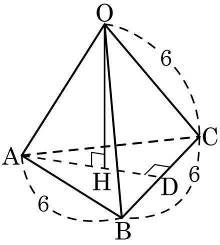
△ABC 는 정삼각형이므로 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하면

$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$,

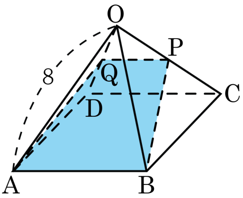
점 H는 △ABC 의 무게중심이므로

$\overline{AH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{OH} = \sqrt{6^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2} = 2\sqrt{6}$



50. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 8 인 정사각뿔에서 P, Q 는 각각 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 의 중점일 때, □QABP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{11}$

해설

□QABP 는 $\overline{QP} // \overline{AB}$ 인 사다리꼴

$\overline{QP} = \dfrac{\overline{AB}}{2} = 4$

△PHB 에서 $\overline{PB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{HB} = 2$

$\therefore\ \overline{PH} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$

□QABP $= (4+8) \times 2\sqrt{11} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{11}$