1. 3회에 걸친 영어 시험 성적이 84점,82점, 90점이다. 4회의 시험에 몇 점을 받아야 4회까지의 평균이 86점이 되겠는가?

① 80점 ② 82점 ③ 84점 ④ 86점 ⑤ 88점

해설

4회의 성적을 x점이라 하면

$$\frac{84+82+90+x}{4}=86$$

$256+x=344$

$\therefore x=88$(점)

2. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

① 5 점, $\sqrt{0.8}$kg ② 6 점, $\sqrt{0.9}$kg ③ 6 점, 1kg

④ 7 점, $\sqrt{0.9}$kg ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7-0=7$(점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

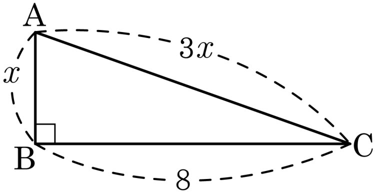
$-1+1.5+x+0.5+0=0,\quad x+1=0\quad \therefore x=-1$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2+1.5^2+(-1)^2+0.5^2+0^2}{5}=\frac{4.5}{5}=0.9$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$ kg 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$(3x)^2 = x^2 + 8^2$

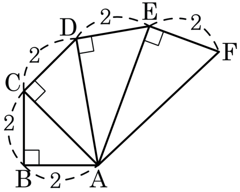
$9x^2 - x^2 = 64$

$8x^2 = 64$

$x^2 = 8$

$\therefore x = 2\sqrt{2}$

4. 다음 그림에서 $\triangle$AEF 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

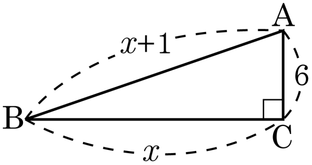
해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4$,

$\overline{\mathrm{AF}} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$AEF 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

5. $\triangle$ABC 에서 적절한 x 값을 구하면?



① 16 ② 16.5 ③ 17 ④ 17.5 ⑤ 18

해설

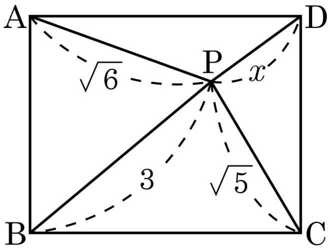
$(x+1)^2 = x^2 + 6^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 36$

$2x = 35$

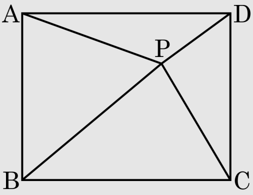
$\therefore x = 17.5$

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ 8

해설

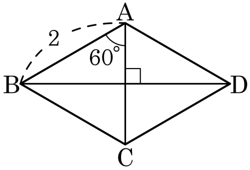


그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. □ABCD 의 넓이는?



① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

대각선의 교점을 H 라 하면 △ABH 에서

$\overline{AH}=1$, $\overline{BH}=\sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC}=2$, $\overline{BD}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ □ABCD $=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

8. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

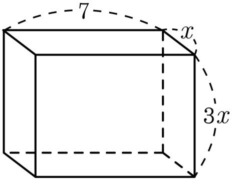
해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2} = \sqrt{34}$ 이다.

$a^2-2a-8=0$, $(a-4)(a+2)=0$

$\therefore a=4$

9. 다음 그림은 대각선의 길이가 9인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　② $4\sqrt{5}$　③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $2\sqrt{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$\sqrt{(3x)^2+x^2+7^2}=9$

$\sqrt{10x^2+49}=9$

$10x^2+49=81$, $10x^2=32$

$x^2=\frac{16}{5}$

$\therefore\ x=\frac{4\sqrt{5}}{5}(x>0)$

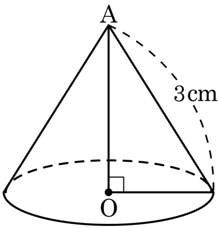
10. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9 일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이는?

① $2\sqrt{3}$　② $3\sqrt{3}$　③ $6\sqrt{3}$　④ 6　⑤ $2\sqrt{6}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는
$\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}a$
이므로 $\sqrt{3}a=9$ 에서 $a=3\sqrt{3}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 밑면의 둘레가 4π cm 이고 모선의 길이가 3 cm 인 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{5}$ cm ② 5 cm

③ $5\sqrt{5}$ cm ④ 10 cm

⑤ $10\sqrt{5}$ cm

해설

밑면의 둘레가 $2\pi r = 4\pi$(cm) 이므로 밑면의 반지름은 2 cm
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$(cm) 이다.

12. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$　② $x < y = z$　③ $x = y < z$
④ $x = y > z$　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

13. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5+7+x+y+8}{5}=6,\quad x+y+20=30$$

$\therefore x+y=10 \quad \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$$

$$+\frac{(8-6)^2}{5}=5$$

$$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5}=5$$

$x^2+y^2-12(x+y)+78=25$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y)=-53 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

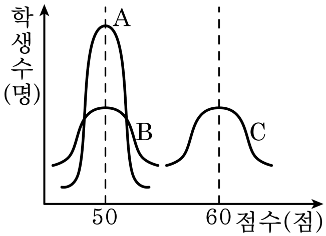
$x^2+y^2=12(x+y)-53=12\times10-53=67$

$\therefore\ x^2+y^2=67 \quad \cdots\cdots ㉢$

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,\quad 10^2=67+2xy,\ 2xy=33$

$\therefore 2xy=33$

14. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.

㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.

㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.

㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

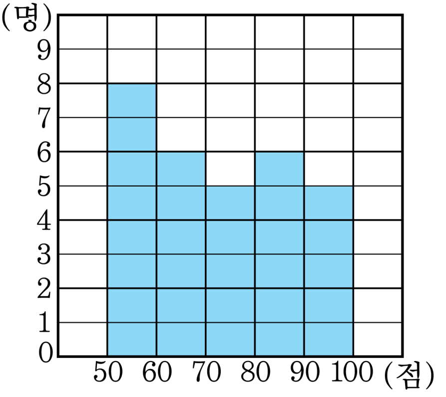
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

15. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$　② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$　③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$

④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$　⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균 : $\frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 6}{30} + \frac{95 \times 5}{30} = 73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2}{30} + \frac{6 + 22^2 \times 5}{30} = \frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$

16. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

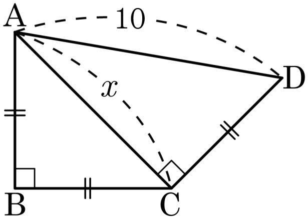
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

17. 다음 그림을 보고 x 의 값을 바르게 구한 것은?



① $\dfrac{10\sqrt{5}}{3}$ ② $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$ ③ $\dfrac{11\sqrt{5}}{3}$

④ $\dfrac{11\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\dfrac{13\sqrt{6}}{3}$

해설

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=a$ 라고 하면

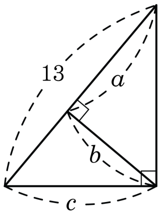
$x=a\sqrt{2}$ 이므로

$2a^2+a^2=100, a^2=\dfrac{100}{3}$ $\therefore a=\dfrac{10}{\sqrt{3}}$

$x=\dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$

$\therefore x=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$

18. 다음은 직각삼각형의 한 꼭짓점에서 수선의 발을 내린 것이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.



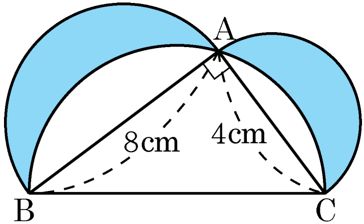
▶ 답 :

▷ 정답 : 169

해설

b^2 과 c^2 을 a 로 나타내어 보자.
닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$b^2=a(13-a)$, $c^2=13(13-a)$ 이다.
따라서 $a^2+b^2+c^2=a^2+a(13-a)+13(13-a)=169$

19. 다음 그림은 $\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\mathrm{cm}$, $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



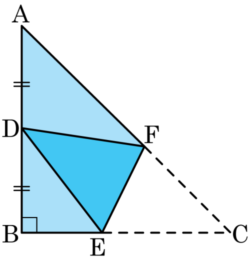
① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$

④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

해설

($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 8\pi$
($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 2\pi$ 이므로
($\triangle ABC$와 두 반원의 넓이의 합)$= (16 + 10\pi)\,\mathrm{cm}^2$
또, $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름)$= 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$,
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 10\pi$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$(16 + 10\pi) - 10\pi = 16(\,\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 $\overline{AB}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

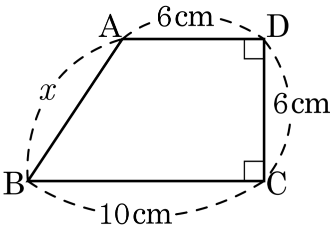
▷ 정답 : $\frac{9}{4}$ cm

해설

$\overline{BE} = x\,\text{cm}$ 라 두면 $\overline{EC} = \overline{DE} = (6 - x)\,\text{cm}$ 이고 $\overline{BD} = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$ 이다. $\triangle BDE$ 는 직각삼각형이므로 $(6 - x)^2 = x^2 + 3^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{9}{4}$ 이다.

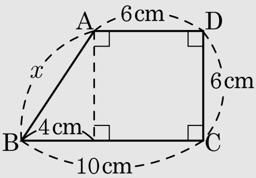
21. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

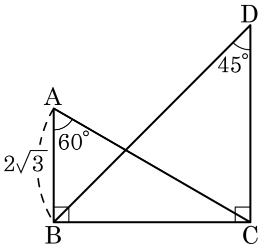
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$ cm

해설



$x = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\mathrm{cm})$

22. 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



① $6\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : \overline{BC}$

$\therefore \overline{BC} = 6$

$\overline{BC} : \overline{BD} = 1 : \sqrt{2} = 6 : \overline{BD}$

$\therefore \overline{BD} = 6\sqrt{2}$

23. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

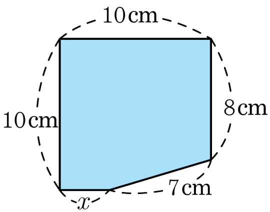
해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면

54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64+78}{2}=71$, 최빈값은 78이다.

24. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



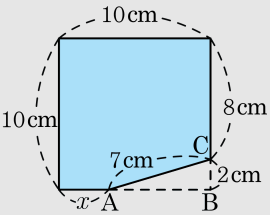
① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm

④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

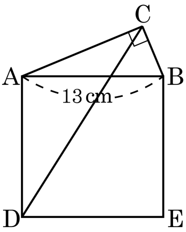
해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$

따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



25. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

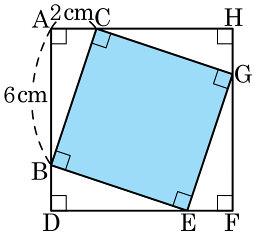
해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.

또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $40\,\underline{\text{cm}^2}$

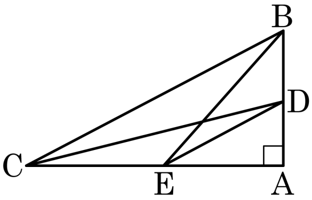
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2+6^2} = 2\sqrt{10}\ (\text{cm})$

따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}\,\text{cm}$ 인 정사각형이므로

$\square BEGC = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 40\ (\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3, \overline{BE} = 4, \overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

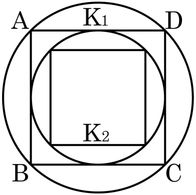
▷ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$\overline{BC}^2 + 3^2 = 4^2 + 6^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{43}$

28. 그림과 같이 지름의 길이가 20 cm 인 원에 내접하는 정사각형을 K_1 이라 할 때, K_1 에 내접하는 원에 또 다시 내접하는 정사각형 K_2 의 한 변의 길이는 얼마인가?



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

지름의 길이가 20 cm 이므로 사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 20 cm 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}$ cm 이다.
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 안에 내접하는 작은 원의 지름이므로 작은 원의 지름은 $10\sqrt{2}$ cm 이고, 작은 원의 지름은 K_2 의 대각선의 길이와 같다.
따라서 K_2 는 대각선의 길이가 $10\sqrt{2}$ cm 인 정사각형이므로 K_2 의 한 변의 길이는 10 cm 이다.

29. 높이가 6 cm 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① $6\,\text{cm}^2$　② $9\,\text{cm}^2$　③ $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

④ $10\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라 하면,

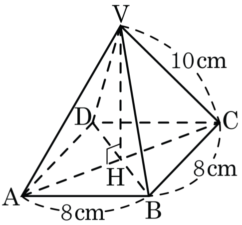
높이 $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = 6$

$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$

따라서, 넓이

$S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 10 cm 인 정사각뿔에서 $\triangle$VHC 의 넓이는?



① $3\sqrt{34}\,\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{17}\,\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{34}\,\text{cm}^2$

④ $20\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

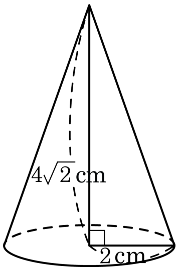
$\overline{\text{AC}} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{\text{HC}} = \dfrac{1}{2}\overline{\text{AC}} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{VH}} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}(\text{cm})$

$\triangle$VHC 의 넓이는 $S = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{17} = 4\sqrt{34}(\text{cm}^2)$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ 정답 : $120\,\underline{\circ}$

해설

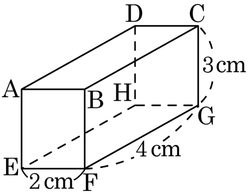
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6\ \ (\mathrm{cm})$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360\,^\circ} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 120\,^\circ$$

32. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 2 cm, 4 cm, 3 cm 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

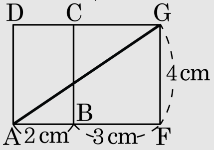
▷ 정답 : $\sqrt{41}$ cm

해설

(i) $\overline{BC}$를 지날 때, $\triangle AGF$는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(2+3)^2 + 4^2} = \sqrt{41}\ (\text{cm})$$

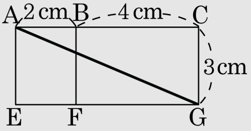


(ii) $\overline{BF}$를 지날 때, $\triangle ACG$는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(2+4)^2 + 3^2}$$

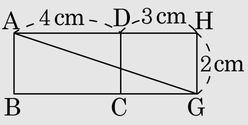
$$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ (\text{cm})$$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

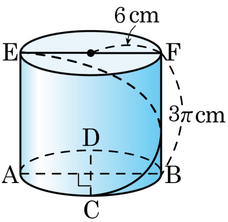
$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(3+4)^2 + 2^2} = \sqrt{53}\ (\text{cm})$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $\sqrt{41}$ (cm) 이다.

33. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{EF}$)

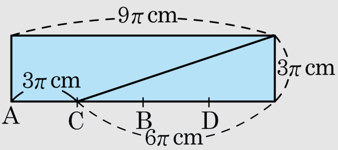


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2} = 3\sqrt{10}\pi$ (cm)



34. 실수 x에 대하여 이차방정식 $\dfrac{x^2}{p}+x+1=0$의 근의 개수를 a개, 이차방정식 $x^2+\dfrac{x}{p}+\dfrac{1}{pq}=0$의 근의 개수를 b개라 하자. $a^2+b^2-2a-2b=-2$일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a^2+b^2-2a-2b=-2$ 에서

$(a-1)^2+(b-1)^2=0$ 이므로 $a=1,\ b=1$

즉, $\dfrac{x^2}{p}+x+1=0$과 $x^2+\dfrac{x}{p}+\dfrac{1}{pq}=0$ 이 모두 중근을 가지므로

$D=1-\dfrac{4}{p}=0$

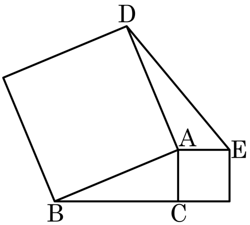
$\therefore\ p=4$

$D=\dfrac{1}{p^2}-\dfrac{4}{pq}=0$

$\therefore\ q=16$

따라서 $p+q=4+16=20$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 변의 길이가 각각 5, 12, 13 인 직각삼각형 ABC 의 두 변 AB, AC를 각각 한 변으로 하는 2개의 정사각형을 그렸을 때, $\overline{DE}^2$ 을 구하여라.

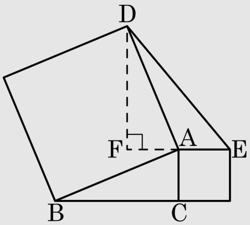


▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

점 D에서 $\overline{AE}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\triangle$ABC와 $\triangle$ADF에서

$\angle ACB = \angle DFA = 90°$, $\overline{AD} = \overline{AB} = 13$, $\angle DAF = 90° - \angle FAB = \angle BAC$

$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AF} = 5$, $\overline{DF} = 12$

따라서 $\triangle$DEF에서 피타고라스 정리에 의해서 $\overline{DE}^2 = (5+5)^2 + 12^2 = 244$이다.

36. 넓이가 64 인 정사각형의 네 모서리에서 합동인 4 개의 직각이등변 삼각형을 잘라내어 정팔각형을 만들었을 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $128\sqrt{2}-128$

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 이다.
정팔각형의 한 변의 길이를 x 라 하면
잘라낸 귀퉁이는 두 변이 $\frac{\sqrt{2}}{2}x$ 로 같은 직각이등변삼각형이다.
그런데 정사각형의 한 변의 길이가 8 이므로

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x+x+\frac{\sqrt{2}}{2}x=8$$

$\therefore\ x=8(\sqrt{2}-1)$

따라서 정팔각형의 넓이는

$$8^2-\left\{\frac{1}{2}\times(8-4\sqrt{2})\times(8-4\sqrt{2})\right\}\times 4=64-64(3-2\sqrt{2})=$$

$128\sqrt{2}-128$ 이다.

37. 가로, 세로, 높이가 각각 2, 2, 4 인 직육면체의 꼭짓점 중 세 점을 골라 삼각형을 만들 때, 가장 긴 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ 인 삼각형은 몇 개 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

(i) 세 변의 길이가 $2\sqrt{2},\ 2\sqrt{5},\ 2\sqrt{5}$ 인 이등변삼각형
: 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 변은 윗면과 아랫면에서 각각 2 개씩, 모두 4 개가 생기고, 그 각각의 경우에 대하여 2 개씩의 삼각형이 만들어지므로 모두 $4 \times 2 = 8$ (개)

(ii) 세 변의 길이가 $2,\ 4,\ 2\sqrt{5}$ 인 직각삼각형
: 옆면은 모두 4 개이고, 각각의 옆면에 대하여 삼각형은 4 개씩 생기므로 만들 수 있는 삼각형은 모두 $4 \times 4 = 16$ (개)

(iii) 세 변의 길이가 $2,\ 2\sqrt{5},\ (\sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{6})$ 인 삼각형
: 그런데 이 경우는 가장 긴 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ 가 아니라 $2\sqrt{6}$ 이므로 조건에 맞는 삼각형을 만들 수 없다.

따라서 (i), (ii), (iii) 에서 $8 + 16 = 24$ (개) 이다.