

1. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $A = \{x|x\text{는 짝수}\}, B = \{x|x\text{는 홀수}\}$

③ $A = \emptyset, B = \{x|x\text{는 } x, y, z\}$

④ $A = \{x|x\text{는 2의 배수}\}, B = \{x|x\text{는 6의 배수}\}$

⑤ $A = \{x|x = 2 \times n - 1, n = 1, 2, 3, \dots\}, B = \{x|x\text{는 자연수}\}$

해설

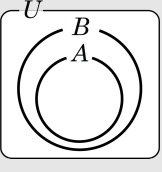
④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \supset \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은 ? (단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = B$
- ② $A \cap B = A$
- ③ $A - B = \emptyset$
- ④ $B^c \subset A^c$
- ⑤ $B \cup A^c = A$

해설

$A \subset B$ 일 때 다음 벤다이어그램에서 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A - B = \emptyset$, $B^c \subset A^c$ 임을 알 수 있다. 그러나, $B \cup A^c = (A \cap B^c)^c = (A - B)^c = \emptyset^c = U$ (이 과정은 벤다이어그램으로 확인하는 것이 더 간단하다.)
∴ ⑤는 거짓이다.



3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

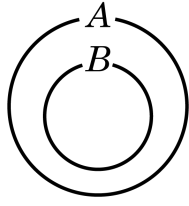
▷ 정답 : 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 28 + 35 = 63$$

4. 다음 벤 다이어그램과 관계가 없는 것은?



① $A \cup B = A$

② $A - B = \emptyset$

③ $A \cap B = B$

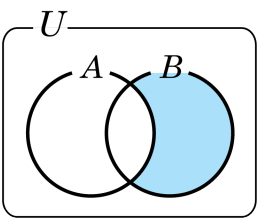
④ $B \subset A$

⑤ $B - A = \emptyset$

해설

② $B - A = \emptyset$

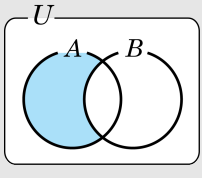
5. 다음 벤 다이어그램의 빗금 친 부분을 표현한 것으로 옳은 것은?



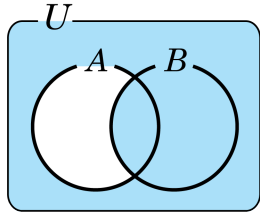
- ① $A - (A \cap B)$
- ② $A \cap B^c$
- ③ $A - B$
- ④ $(A \cup B) - B$
- ⑤ $A^c - B^c$

해설

①, ②, ③, ④



6. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$ 에서

$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$

$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$

7. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

$$\frac{3}{x-3} + 2 + 3x = 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11$$

이 때, $x > 3$ 이므로 $3(x-3) > 0$, $\frac{3}{x-3} > 0$

산술평균과 기하평균에 의해

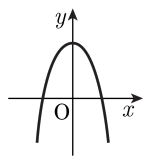
$$\begin{aligned} & 3(x-3) + \frac{3}{x-3} + 11 \\ & \geq 2\sqrt{3(x-3) \cdot \frac{3}{x-3}} + 11 \\ & = 2 \cdot 3 + 11 = 17 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $3(x-3) = \frac{3}{x-3}$, 즉 $x = 4$ 일 때 성립)

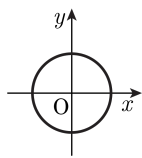
따라서 최솟값은 17

8. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

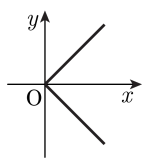
①



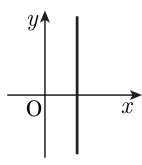
②



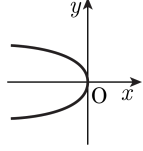
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

9. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① 4

② 3

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

f^{-1} 이므로 $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$ 따라서 $k = -1$

10. 함수 $y = -|x + 1| + 3$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

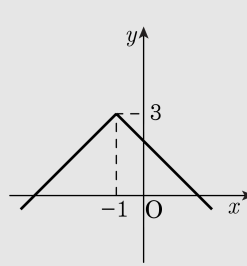
③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = -|x + 1| + 3$ 의 그래프는 다음
그림과 같으므로 최댓값은
 $x = -1$ 일 때, 3이다.



11. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

12. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

14. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

15. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

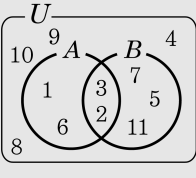
$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

16. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$ 라 하고 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{4, 8\}$ ② $\{4, 9\}$ ③ $\{4, 8, 9\}$
④ $\{4, 8, 10\}$ ⑤ $\{4, 8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이므로

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ &= (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c \\ &= \{4, 8, 9, 10\} \text{ 이다.} \end{aligned}$$



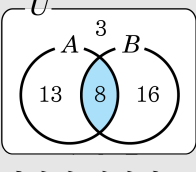
17. 우리 반 학생 40명 중에서 수학경시 대회에 참석한 학생은 30명, 영어 말하기 대회에 참석한 학생은 26명, 수학 경시대회에만 참석한 학생은 8명이다. 이때 수학 경시대회와 영어 말하기 대회에 모두 참석한 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 22명

해설

전체 학생을 U , 수학 경시 대회에 참석한 학생을 A , 영어 말하기 대회에 참석한 학생을 B 라 할 때, 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 대회에 모두 참석한 학생 수는 22명이다.

18. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$\therefore a \geq 3, b \leq -2$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2 이다.

$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$

19. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P - Q = \emptyset$ 이면 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ② p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
- ④ p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$P - Q = \emptyset$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

20. a, b 가 실수 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $|a| + |b| \geq |a + b|$

㉡ $|a + b| \geq |a - b|$

㉢ $|a - b| \geq |a| - |b|$

㉣ $|a + b| \geq |a| - |b|$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ : $(|a| + |b|)^2 = a^2 + b^2 + 2|a| \cdot |b|$

$|a + b|^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$2|a||b| \geq 2ab$ (참)

㉡ : $|a + b|^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$|a - b|^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$2ab \geq -2ab \Rightarrow$ 알수없다 (거짓)

㉢ : $|a - b|^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$

$-2ab \geq -2|a||b|$ ($\because |a||b| \geq ab$) (참)

㉣ : $|a + b|^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$||a| - |b||^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2$

$2ab > -2|a||b|$ (참)

21. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$(2a + b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 16 + 1 + \frac{8b}{a} + \frac{2a}{b}$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } \frac{8b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{8b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 8$$

$$\therefore \text{최솟값은 } 17 + 8 = 25$$

22. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 일대일대응이고, $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 1$ 를 만족할 때, $2f(1) + f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(3) = 1$ ($\because f(2) = 3$)
함수 f 가 일대일 대응이므로 $f(1) = 2$ 이다.
 $\therefore 2f(1) + f(3) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

23. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$ 의 값을 구하여라. (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f^{-1}(-3) = k$ 라 놓으면
 $f(k) = -3$ 이므로 $k = -1$ 이다.
그러므로 $g(f^{-1}(-3)) = g(-1) = 2$

24. $y = -\sqrt{4-2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ⑤ 이 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

해설

- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④, ⑤ 꼭지점이 $(2, 1)$ 이고 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.

$\therefore 1, 3, 4$, 분면을 지난다.

25. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x + k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$

② $k > \frac{5}{4}$

③ $1 < k < 5$
- ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$

⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.
 (i) 두 그래프가 접할 때,
 $\sqrt{x+1} = x+k$
 $x+1 = x^2 + 2kx + k^2 (x \geq -1)$
 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \ (x \geq -1)$
 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$
 $-4k + 5 = 0$
 $\therefore k = \frac{5}{4}$
 (ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때
 $0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$
 (i), (ii)에 의하여
 $\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$

