1. $n(\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}) - n(\{3,\ 6,\ 9\})$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

(준식) $= 5 - 3 = 2$

2. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$　② $\{\varnothing\}$　③ $\varnothing$

④ $\{0, 2\}$　⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\varnothing$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$

3. 다음 두 집합 C, D 의 합집합의 원소의 개수를 구하여라.

$C = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$

$D = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$C = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

$C \cup D = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 12\}$

$\therefore\ n(C \cup D) = 9$

4. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)},\ \sqrt{a}+\sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a}+\sqrt{b}$ ② $\sqrt{2(a+b)} \le \sqrt{a}+\sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a}+\sqrt{b}$ ④ $\sqrt{2(a+b)} \ge \sqrt{a}+\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

$(\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$
$= 2(a+b) - (a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b)$
$= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b$
$= (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ge 0$
(단, 등호는 $a = b$일 때 성립)
따라서 $\sqrt{2(a+b)} \ge \sqrt{a}+\sqrt{b}$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\{\varnothing\} \subset \varnothing$

② $A \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이고 $A \subset B$이면 $\{1,\ 5\} \subset B$

③ $\{4,\ 5\} \subset \{5,\ 2 \times 2\}$

④ $\{a,\ b,\ c,\ e\} \subset \{a,\ b,\ c,\ d,\ f\}$

⑤ $A = \{x \mid x$는 5보다 작은 홀수$\}$ 이면, $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\} \subset A$ 이다.

해설

① $\{\varnothing\} \not\subset \varnothing$
② $A \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$이고 $A \subset B$이면 $\{1,\ 5\} \not\subset B$
④ $\{a,\ b,\ c,\ e\} \not\subset \{a,\ b,\ c,\ d,\ f\}$
⑤ $A = \{x \mid x$는 5보다 작은 홀수$\}$ 이면,
$\{1,\ 3,\ 5,\ 7\} \not\subset A$

6. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^n = 8 \ \therefore n = 3$

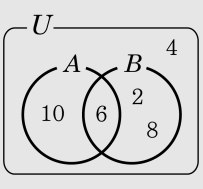
7. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}, B - A = \{2, 8\}, (A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① $\{2\}$ ② $\{6\}$ ③ $\{10\}$

④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



8. 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 다음 중 $(A-B)-C$와 같은 것은?

① $A-(B-C)$ ② $A-(B\cap C)$ ③ $A-(B\cup C)$

④ $A^c\cap B\cap C^c$ ⑤ $A\cap(B^c\cup C^c)$

해설

$A-B=A\cap B^c$ 이므로

$(A-B)-C=(A\cap B^c)-C$

$=(A\cap B^c)\cap C^c$

$=A\cap(B^c\cap C^c)$ ($\because$ 결합법칙)

$=(A\cap(B\cup C)^c$ ($\because$ 드 모르간의 법칙)

$=A-(B\cup C)$ ($\because$ 차집합의 정의)

9. 두 집합 $n(A) = 15, n(B) = 11, n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$

10. 명제「$x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례: $x = -5$)

11. $x>0, y>0$ 일 때, $\left(3x+\frac{2}{y}\right)\left(y+\frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$\left(3x+\frac{2}{y}\right)\left(y+\frac{6}{x}\right)=20+3\left(xy+\frac{4}{xy}\right)$

산술기하조건을 사용하면

$xy+\frac{4}{xy}\geq 2\sqrt{xy\times\left(\frac{4}{xy}\right)}=4$

$\therefore$ 최솟값 : $20+3\times 4=32$

12. 학생 수가 40인 어느 학급에서 두 인터넷 사이트 A, B의 모의고사를 본 학생 수를 조사하였더니 각각 24명, 32명이었다. 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 몇 명인가?

① 14명 ② 15명 ③ 16명 ④ 17명 ⑤ 18명

해설

학생 전체의 집합을 U , 두 인터넷 사이트 A, B의 모의고사를 본 학생의 집합을 각각 P, Q 라 하면

$n(U) = 40,\ n(P) = 24,\ n(Q) = 32$

$n(P \cup Q) \le n(U)$ 이므로 $n(P \cup Q) \le 40$

그런데 $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$

$24 + 32 - n(P \cap Q) \le 40$

$\therefore n(P \cap Q) \ge 16$

따라서 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 16명이다.

13. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은?

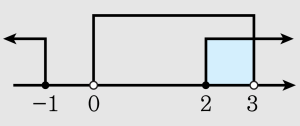
① $0 < x < 2$　　② $-1 < x < 3$

③ $x \le -1$ 또는 $x > 0$　　④ $-1 \le x < 3$

⑤ $2 \le x < 3$

해설

'$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 'p이고 $\sim q$' 이므로
$p : 0 < x < 3, \sim q : x \le -1$ 또는 $x \ge 2$ 에서



따라서, '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 $2 \le x < 3$ 이다.

14. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
'$xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.
대우 : $x = 0,\ y = 0 \ \Rightarrow \ xy = 0$ (참)

15. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설

$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$
$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$
$(P \cap U) \cap Q = P$
$P \cap Q = P$
$P \subset Q$
$\therefore\ p \Rightarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

16. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $x^2 - xy + y^2 = x^2 - yx + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + y^2$

$= \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉡ $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉢ $(|x| + |y|)^2 = x^2 + 2|x||y| + y^2$

$(|x - y|)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

㉣ $x^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2}\{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2\} \geq 0$

$\rightarrow$ 절대부등식

따라서 옳은 것은 모두 4 개이다.

17. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5, \{3,\ 5\}\}$에 대하여 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $1 \notin A$ ② $\{3,\ 5\} \subset A$ ③ $\{5\} \in A$

④ $\{3,\ 5\} \in A$ ⑤ $n(A) = 5$

해설

① $1 \in A$

③ $\{5\}$는 집합 A의 부분집합이므로 $\subset$로 써야한다.

⑤ $\{3,\ 5\}$는 집합 A의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$이다.

18. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 a의 약수$\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

a 는 2 와 4 의 배수이면서 약수의 개수가 4 개인 수이므로 8 이다.

$\therefore$ $b = 1$, $c = 8$ 또는 $b = 8$, $c = 1$

$\therefore$ $a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$

19. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \varnothing$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \varnothing$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \varnothing$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

①$A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
③$A - B = \varnothing$ 이면 $A \subset B$
④$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \varnothing$

20. 다음 중 명제 $|\alpha-\beta|=|\alpha+\beta|$ 의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으면? (단, α,β 는 실수)

① $\alpha\beta<1$ ② $\alpha\beta=-1$ ③ $\alpha\beta=0$

④ $\alpha^2+\beta^2=0$ ⑤ $\alpha^2-\beta^2=0$

해설

$|\alpha-\beta|=|\alpha+\beta| \rightarrow (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2 \rightarrow -2\alpha\beta=2\alpha\beta$
$\rightarrow \alpha\beta=0$
0 은 1 보다 작으므로 $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha\beta<1$ 라고 말할 수 있다.
따라서, $\alpha\beta<1$ 는 $\alpha\beta=0$ 의 필요조건이다.