

1. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) - n(\{3, 6, 9\})$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = 5 - 3 = 2$$

2. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$

② $\{\emptyset\}$

③ $\emptyset$

④ $\{0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

3. 다음 두 집합 C, D 의 합집합의 원소의 개수를 구하여라.

$$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12\}$$

$$\therefore n(C \cup D) = 9$$

4. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \\ &= 2(a+b) - (a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b) \\ &= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \\ & \text{(단, 등호는 } a = b \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

따라서 $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \subset B$

③ $\{4, 5\} \subset \{5, 2 \times 2\}$

④ $\{a, b, c, e\} \subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면, $\{1, 3, 5, 7\} \subset A$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \not\subset B$

④ $\{a, b, c, e\} \not\subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면,
 $\{1, 3, 5, 7\} \not\subset A$

6. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2^n = 8 \therefore n = 3$$

7. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}$, $B - A = \{2, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① $\{2\}$

② $\{6\}$

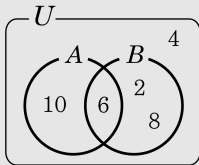
③ $\{10\}$

④ $\{2, 6\}$

⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



8. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 $(A - B) - C$ 와 같은 것은?

① $A - (B - C)$

② $A - (B \cap C)$

③ $A - (B \cup C)$

④ $A^c \cap B \cap C^c$

⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)$

해설

$$A - B = A \cap B^c \text{ 이므로}$$

$$(A - B) - C = (A \cap B^c) - C$$

$$= (A \cap B^c) \cap C^c$$

$$= A \cap (B^c \cap C^c) (\because \text{결합법칙})$$

$$= (A \cap (B \cup C)^c) (\because \text{드 모르간의 법칙})$$

$$= A - (B \cup C) (\because \text{차집합의 정의})$$

9. 두 집합 $n(A) = 15, n(B) = 11, n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$$

10. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례 : $x = -5$)

11. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3 \left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2 \sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

12. 학생 수가 40인 어느 학급에서 두 인터넷 사이트 A, B 의 모의고사를 본 학생 수를 조사하였더니 각각 24명, 32명이었다. 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 몇 명인가?

① 14명

② 15명

③ 16명

④ 17명

⑤ 18명

해설

학생 전체의 집합을 U , 두 인터넷 사이트 A, B 의 모의고사를 본 학생의 집합을 각각 P, Q 라 하면

$$n(U) = 40, n(P) = 24, n(Q) = 32$$

$$n(P \cup Q) \leq n(U) \text{ 이므로 } n(P \cup Q) \leq 40$$

$$\text{그런데 } n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$$

$$24 + 32 - n(P \cap Q) \leq 40$$

$$\therefore n(P \cap Q) \geq 16$$

따라서 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 16명이다.

13. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은?

① $0 < x < 2$

② $-1 < x < 3$

③ $x \leq -1$ 또는 $x > 0$

④ $-1 \leq x < 3$

⑤ $2 \leq x < 3$

해설

' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 ' p 이고 $\sim q$ '이므로

$p : 0 < x < 3$, $\sim q : x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$ 에서



따라서, ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 $2 \leq x < 3$ 이다.

14. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

15. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$



답:

조건



정답: 충분조건

해설

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

$$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$$

$$(P \cap U) \cap Q = P$$

$$P \cap Q = P$$

$$P \subset Q$$

$$\therefore p \Rightarrow q$$

따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

16. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠ $x^2 - xy + y^2 = x^2 - yx + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + y^2$

$= \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}$

㉡ $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}$

㉢ $(|x| + |y|)^2 = x^2 + 2|x||y| + y^2$

$(|x - y|)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

㉣ $x^2 \geq 0 \rightarrow \text{절대부등식}$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2} \{ (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \} \geq 0$

$\rightarrow \text{절대부등식}$

따라서 옳은 것은 모두 4 개이다.

17. 집합 $A = \{1, 3, 5, \{3, 5\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1 \notin A$

② $\{3, 5\} \subset A$

③ $\{5\} \in A$

④ $\{3, 5\} \in A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

① $1 \in A$

③ $\{5\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\subset$ 로 써야한다.

⑤ $\{3, 5\}$ 는 집합 A 의 하나의 원소이므로
 $n(A) = 4$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, b, c\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

a 는 2와 4의 배수이면서 약수의 개수가 4개인 수이므로 8이다.

$$\therefore b = 1, c = 8 \text{ 또는 } b = 8, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8 + 1 + 8 = 17$$

19. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

20. 다음 중 명제 $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$ 의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으려면? (단, α, β 는 실수)

① $\alpha\beta < 1$

② $\alpha\beta = -1$

③ $\alpha\beta = 0$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

⑤ $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

해설

$$|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| \rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 \rightarrow -2\alpha\beta = 2\alpha\beta \\ \rightarrow \alpha\beta = 0$$

0 은 1 보다 작으므로 $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha\beta < 1$ 라고 말할 수 있다.
따라서, $\alpha\beta < 1$ 는 $\alpha\beta = 0$ 의 필요조건이다.