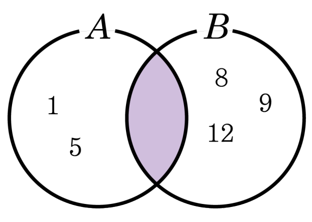
1. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x$는 13보다 작은 홀수$\}$ 일 때, B 의 원소의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$ 이므로
$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

2. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.
$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.
그러므로 색칠한 부분의 원소는 $3, 7$ 이다.
원소의 개수는 2 개이다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

㉠ $B \cap A^C = \varnothing$	㉡ $B \subset A$
㉢ $B^C - A^C = \varnothing$	㉣ $A \cup B = A$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉠, ㉡

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$ 이다.
따라서 ㉢ $B^C - A^C \neq \varnothing$ 이다.

4. 두 집합 $A=\left\{2,\ 3,\ a^2\right\}$, $B=\{2a+3,\ -a+3\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{1\}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A\cap B=\{1\}$에서 $1\in A$이므로 $a^2=1$ $\therefore a=1$ 또는 $a=-1$

(i) $a=1$ 일 때, $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{2,\ 5\}$ 이므로 $A\cap B=\{2\}$ 이다.

(ii) $a=-1$ 일 때, $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1,\ 4\}$ 이므로 $A\cap B=\{1\}$ 이다.

$\therefore a=-1$

5. 양수 $a,\ b$에 대하여 $a^2+b^2=1$을 만족할 때, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$의 최솟값은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$a^2>,\ b^2>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여
$a^2+b^2\geq 2\sqrt{a^2b^2}=2ab$
(단, 등호는 $a^2=b^2$ 일 때 성립)
그런데 $a^2+b^2=1$ 이므로 $1\geq 2ab$
$\therefore ab\leq \frac{1}{2}$
$\frac{1}{a^2}>0,\ \frac{1}{b^2}>0$이므로 산술평균 기하평균의 관계에 의하여
$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geq 2\sqrt{\frac{1}{a^2}\cdot\frac{1}{b^2}}$
$\frac{2}{ab}\geq\frac{2}{\frac{1}{2}}=4$
(단, 등호는 $a^2=b^2$ 일 때 성립)
따라서 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은 4이다.

6. $a>0,\ b>0$일 때, 다음 식 $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{9}{a}\right)$의 최솟값을 구하면?

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{9}{a}\right) &= ab+9+1+\frac{9}{ab}\\ &= 10+ab+\frac{9}{ab}\\ &\geq 10+2\sqrt{ab\times\frac{9}{ab}}\\ &= 10+6=16\end{aligned}$$

따라서 최솟값은 16

7. 두 양수 a, b에 대하여 $\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a>0$, $b>0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)$

$=1+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}+4 \geq 5 \cdot 2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}$

$=5+4=9$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$, 즉 $b=2a$ 일 때 성립)

8. 다음은 두 집합 $A = \{x \mid x = 4k+2, k\text{는 정수}\}$, $B = \{x \mid x = 4l-2, l\text{은 정수}\}$ 가 서로 같은 집합임을 증명한 것이다. ㉮에 알맞은 것은?

> (ⅰ) $x \in A$ 라고 하면 $x = 4k+2$(k는 정수) 로 놓을 수 있다.
> 이때, $x = 4k+2 = 4(k+1)-2$ 로 나타낼 수 있고, $k+1$ 도 정수이므로 $x \in B$ 이다. $\therefore$ (㉮)
> (ⅱ) $x \in B$ 라고 하면 $x = 4l-2$(l은정수) 로 놓을 수 있다.
> 이때, $x = 4l-2 = 4(l-1)+2$ 로 나타낼 수 있고 $l-1$ 도 정수이므로 $x \in A$ 이다.
> $\therefore B \subset A$

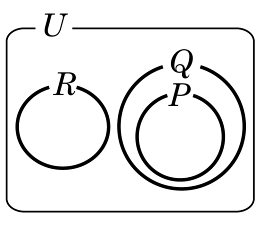
① $B \subset A$　　② $A \subset B$　　③ $A = B$

④ $A \neq B$　　⑤ $x \in B$

해설

$x \in A$ 이면 $x \in B$ 임을 보이면 $A \subset B$

9. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, 이들 사이의 포함 관계는 다음 그림과 같다. 다음 명제 중 거짓인 것은?



① $r \to \sim q$　② $r \to \sim p$　③ $p \to \sim r$
④ $\sim q \to \sim p$　⑤ $p \to \sim q$

해설

명제의 참, 거짓은 각각의 조건을 만족하는 집합의 포함 관계로 판별할 수 있다.
① $R \subset Q^c$ 이므로 $r \to \sim q$ 는 참이다.
② $R \subset P^c$ 이므로 $r \to \sim p$ 는 참이다.
③ $P \subset R^c$ 이므로 $p \to \sim r$ 는 참이다.
④ $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \to \sim p$ 는 참이다.
⑤ $P \not\subset Q^c$ 이므로 $p \to \sim q$ 는 거짓이다.

10. 전체집합 $U = \{x \mid x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q라 하자. $P = \{x \mid x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $Q = \{x \mid x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$ 의 반례는$P \not\subset Q^c$ 을 만족하는 원소이다.
즉, P 의 원소이면서 Q^c 의 원소가 아닌 것이므로 $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$
$\therefore P \cap Q = \{6\}$

11. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.

㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.

㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠, ㉤의 역이 참이다.

12. 「a, b가 정수일 때, ab가 짝수이면 a 또는 b는 짝수이다.」라는 명제를 다음과 같이 증명하려고 한다.

주어진 명제의 대우를 쓰면「a, b가 정수일 때, a, b가 모두 홀수이면 ab도 홀수이다.와 같다. 여기서 a, b를 $a=2k+1$, $b=2l+1$ (단,k, l은 정수) 로 놓으면 $ab=(2k+1)(2l+1)=4kl+2k+2l+1=2(2kl+k+l)+1$ k, l은 정수이므로 $2kl+k+l$도 (㉠)이다. 그러므로 ab는 (㉡)이다. 따라서, 주어진 명제의 대우가 (㉢)이므로 주어진 명제도(㉣)이다.

이 때, ( )안에 알맞은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① 짝수, 정수, 참
② 홀수, 홀수, 거짓
③ 정수, 홀수, 참
④ 홀수, 짝수, 거짓
⑤ 정수, 짝수, 참

해설

k, l이 정수일 때, $2kl+k+l$도 정수이다.
따라서, $ab=2(2kl+k+l)+1$은 홀수가 된다.
대우가 참이면 주어진 명제는 항상 참이다.

13. 다음 중 두 조건 p, q에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건만 되는 것은? (단, x, y는 실수, A, B는 집합이다.)

① $p : x^2 - 4x + 4 = 0$, $q : x^2 - 3x + 2 = 0$

② p : x는 8의 양의 약수, q : x는 6의 양의 약수

③ $p : |x| < 1$, $q : x^2 - 1 < 0$

④ $p : |x + y| = |x| + |y|$, $q : x = y$

⑤ $p : A - B = A$, $q : A \cap B = \phi$

해설

주어진 명제는 거짓이고 역은 참인 것을 고른다.
① 충분조건
② 아무런 조건 아님
③ 필요충분조건
⑤ 필요충분조건

14. $x^2 - ax + 6 \neq 0$이 $x - 2 \neq 0$이기 위한 충분조건일 때, a의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$p \rightarrow q$ (T) $\leftrightarrow$ $\sim q \rightarrow \sim p$ (T)
즉, 주어진 명제가 참이면 그 대우도 참
대우 : $x = 2 \Rightarrow x^2 - ax + 6 = 0$ (T)
$\therefore\ a = 5$

15. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

▶ 답: ______ 조건

▷ 정답: 충분조건

해설

$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$
$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$
$(P \cap U) \cap Q = P$
$P \cap Q = P$
$P \subset Q$
$\therefore\ p \Rightarrow q$
따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A\cap B=B$ ② $A\cap B^c=B$ ③ $A\cup B=U$

④ $A-B=\varnothing$ ⑤ $B-A=U$

해설

$\{(A\cap B)\cup(A-B)\}\cap B$

$=\{(A\cap B)\cup(A\cap B^c)\}\cap B$

$=\{A\cap(B\cup B^c)\}\cap B=A\cap B=A$

$A\subset B$ 이므로 $A\cap B^c=\varnothing$ 이면

$A\subset B$ 이므로 필요충분조건은 ④이다.

17. 실수 a, b, c, x, y에 대하여 항상 성립하는 부등식(절대부등식)을 다음 [보기] 중에서 고를 때, 옳은 표현의 개수는?

보기

(가) $x^2 - xy + y^2 \geq 0$
(나) $x^2 - x + 1 > 0$
(다) $|a+b| \leq |a| + |b|$
(라) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
(마) $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$
(바) $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$

① 6개　② 5개　③ 4개　④ 3개　⑤ 2개

해설

(라) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$(단, $a = b$일때 등호성립)
(마) $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$(단, $a = b = c$일때 등호성립)

18. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때 빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

① $2\sqrt{2}$　　② 4　　③ $4\sqrt{2}$　　④ 8　　⑤ $8\sqrt{2}$

해설

밑변의 길이를 x, 높이를 y라 하면

$xy = 8 \cdots$ ㉠

피타고라스의 정리에 의하여 빗변의 길이는 $\sqrt{x^2+y^2}$ 이다.

$x > 0,\ y > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot y^2} = 2xy = 16$

$\sqrt{x^2+y^2} \geq \sqrt{16} = 4$

단, 등호는 $x^2 = y^2$ 즉 $x = y$ 일 때 성립한다.

$x = y$ 를 ㉠에 대입하면 $x^2 = 8$

따라서 $x = 2\sqrt{2}$ 이다.

$4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

19. 집합 $A=\{2,\ 4,\ 6, \{4,\ 6\}\}$에 대하여 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $1 \in A$	㉡ $\{2,\ 4\} \subset A$	㉢ $\{4\} \in A$
㉣ $\{4,\ 6\} \in A$	㉤ $n(A)=5$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $1 \notin A$
㉢ $\{4\} \subset A$
㉤ $\{4,\ 6\}$은 집합 A의 하나의 원소이므로
$n(A)=4$이다.

20. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 20\}$ 에 대하여 1 또는 2 또는 3을 포함하는 A 의 부분집합의 개수는?

① $7 \cdot 2^{17}$ ② $7 \cdot 2^{17} - 1$ ③ 2^{17}
④ $2^{17} - 1$ ⑤ $2^{17} + 1$

해설

구하는 부분집합은 A 의 부분집합 중에서 1, 2, 3 어느 것도 포함하지 않는 부분집합을 빼면 된다. A 의 부분집합 중 1, 2, 3 어느 것도 포함하지 않는 부분집합은 2^{17} 개다.
$\therefore$ 구하는 부분집합의 개수는 $2^{20} - 2^{17} = 2^{17}(2^3 - 1) = 7 \cdot 2^{17}$

21. $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ 를 만족하는 자연수 $a_k(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$ 를 원소로 하는 집합 A 와 집합 $B = \left\{a_1^2,\ a_2^2,\ a_3^2,\ a_4^2,\ a_5^2\right\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{a_1,\ a_4\}$ 이고 $a_1 + a_4 = 10$ 이다. $A \cup B$ 의 원소의 합이 224 일 때, $a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

$A \cap B = \{a_1,\ a_4\}$ 에서 a_1, a_4 모두 제곱수이고, 두 수의 합이 10 이므로 $a_1 = 1, a_4 = 9$

9 가 집합 B 의 원소이므로 집합 A 의 원소 중에는 3 이 포함되고, 또 9 가 집합 A 의 원소이므로 집합 B 의 원소 중에는 81 이 포함된다. 또, a_5 가 a_4 보다 크지만 a_5 가 10 보다 커지면 합집합이 224 보다 커지므로 a_5 는 10 이 되고, 차례로 대입하면 $a_3 = 4$ 가 된다.

$A = \{1,\ 3,\ 4,\ 9,\ 10\}$

$B = \{1,\ 9,\ 16,\ 81,\ 100\}$

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2 = 3 + 4 + 10 + 9 + 16 + 100 = 142$

22. 전체집합 $U = \{1,2,3,4,5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1,3,4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

$B = \{1,3,4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2 , 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

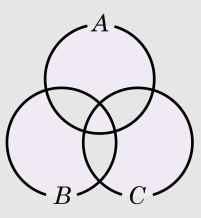
23. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 ◎을 $X ◎ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의하자. 1 에서 30까지의 자연수 중 2 의 배수, 3 의 배수, 5 의 배수의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때, $(A ◎ B) ◎ C$ 의 원소의 개수는?

① 11 개　② 12 개　③ 13 개　④ 14 개　⑤ 15 개

해설

$$\begin{aligned}(X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) &= (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c \\ &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\ &= (X - Y) \cup (Y - X)\end{aligned}$$

이 정의로부터 $(A ◎ B) ◎ C$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



이때, $A \cap B$ 는 6 의 배수의 집합,
$B \cap C$ 는 15 의 배수의 집합,
$C \cap A$ 는 10 의 배수의 집합,
$A \cap B \cap C$ 는 30 의 배수의 집합이므로
$n(A) = 15,\ n(B) = 10,\ n(C) = 6,$
$n(A \cap B) = 5,\ n(B \cap C) = 2,\ n(C \cap A) = 3,$
$n(A \cap B \cap C) = 1$

$$\begin{aligned}&\therefore n\left\{(A ◎ B) ◎ C\right\} = n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - 2\left\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\right\} \\ &\quad + 4 \cdot n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 10 + 6 - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15\end{aligned}$$

24. 네 개의 조건 p, q, r, s에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$　　② $p \Rightarrow \sim r$　　③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$　　⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$

$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$

$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$

25. 전체집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 세 조건 $p,\ q,\ r$이 다음과 같다.

$p : (A-B)\cup(B-A)=\varnothing$
$q : A=B$
$r : A\cup B=B$

이 때, 조건 p는 조건 q이기 위한 ㉠조건이고, 조건 q는 조건 r이기 위한 ㉡조건이다. ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 필요, 충분
② 필요충분, 필요
③ 필요, 필요
④ 필요충분, 충분
⑤ 충분, 필요

해설

$(A-B)\cup(B-A)\ \varnothing \leftrightarrow A-B=\varnothing, B-A=\varnothing \leftrightarrow A\subset B,\ B\subset A$
$\leftrightarrow A=B\ \therefore p\leftrightarrow q$ 이므로
㉠: 필요충분조건
$A\cup B\ B \leftrightarrow A\subset B$ 이고 $A=B\Rightarrow A\subset B$ (역은 성립하지 않는다.)
$\therefore q\Rightarrow r$ 이므로 ㉡: 충분조건

26. 집합 A에 대하여 집합 $P(A)$를 $P(A) = \{X | X \subset A\}$로 정의한다. 이 때, 두 집합 A, B에 대하여 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $A \subset B$ 이면, $P(A) \subset P(B)$
㉡ $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
㉢ $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉢ 반례 : $A = \{0\}, B = \{1\}$ 일 때
$P(A) = \{\varnothing, \{0\}\}$
$P(B) = \{\varnothing, \{1\}\}$
$P(A \cup B) = \{\varnothing, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$
$\therefore\ P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$

27. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,
5 는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.
(1) 1 과 5 는 포함되고, 2, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(2) 2 와 5 는 포함되고, 1, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(3) 3 과 5 는 포함되고, 1, 2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)

28. 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 3 개, 8 개, 10 개이다. $(A-C)\cup(B\cap C^c)=\varnothing$ 를 만족하는 세 집합 A , B , C 에 대하여 $n(C-A)+n(C-B)$ 의 값을 구하여라.

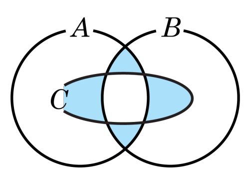
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(A-C)\cup(B\cap C^c)=\varnothing$ 는
$A-C=\varnothing,\ B-C=\varnothing\ \rightarrow\ A\subset C,\ B\subset C$
$\therefore n(C-A)+n(C-B)=(10-3)-(10-8)=5$

29. 다음 그림에서 $n(A) = 18, n(B) = 12, n(C) = 15, n(A \cup B) = 25, n(B \cup C) = 18, n(C \cup A) = 23$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \to n(A \cap B) = 5$,
$n(B \cup C) = 18$ 이므로, $n(C - B) = n(B \cup C) - n(B) = 18 - 12 = 6$,
$n(C \cup A) = 23$ 이므로, $n(C - A) = n(C \cup A) - n(A) = 23 - 18 = 5$,
$n(C) = 15$ 이므로 $n(A \cap B \cap C) = n(C) - n(C - B) - n(C - A) = 15 - 6 - 5 = 4$,
색칠한 부분은 $((A \cap B) - (A \cap B \cap C)) \cup (C - A) \cup (C - B)$,
$n((A \cap B) - (A \cap B \cap C) \cup (C - A) \cup (C - B)) = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) + n(C - A) + n(C - B) = 5 - 4 + 5 + 6 = 12$

30. 한 문제에 10 점인 주관식 세 문제를 50 명의 학생에게 풀도록 하였다. 1 번을 푼 학생이 29 명, 1 번은 풀고 2 번을 풀지 못한 학생이 15 명, 1 번과 2 번을 모두 풀지 못한 학생이 20 명, 3 번을 풀지 못한 학생이 5 명이었다. 이 학생들의 주관식 문제의 평균 점수를 구하여라.(단, 소수 첫째자리까지 구하여라.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 17.8 점

해설

1, 2, 3 번을 푼 학생들의 집합을 차례로 A, B, C 라고 하면 1 번은 풀고 2 번은 풀지 못한 학생의 집합은 $A \cap B^c$, 1 번과 2 번을 모두 풀지 못한 학생의 집합은 $A^c \cap B^c$, 3 번을 풀지 못한 학생의 집합은 C^c

$n(A) = 29$, $n(A \cap B^c) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 20$, $n(C^c) = 5$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A^c \cap B^c) \\ &= 50 - 20 = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B^c) \\ &= 30 - 15 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(C) &= n(U) - n(C^c) \\ &= 50 - 5 = 45 \end{aligned}$$

따라서 구하는 평균 점수는

$$\frac{10 \times n(A) + 10 \times n(B) + 10 \times n(C)}{n}$$

$$= \frac{10 \times 29 + 10 \times 15 + 10 \times 45}{50}$$

$$= 17.8$$