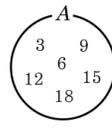


1. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $4 \in A$

② $3 \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $8 \in A$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\} \subset A$

해설

② $3 \notin A$ 에서 3은 A 의 원소가 아니다.

3. $A = \{a, i, u, e, o\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수는?

- ① 3 개 ② 7 개 ③ 15 개 ④ 31 개 ⑤ 63 개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.
따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.
따라서 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 진부분집합 중 a 와 b 를 반드시 포함하는 진부분집합의 개수는?

① 15개 ② 16개 ③ 31개 ④ 32개 ⑤ 63개

해설

(a, b) 를 뺀 $\{c, d, e, f\}$ 로 이루어진 부분집합의 개수를 구하면 $2^4 = 16$ 이므로,
 \therefore 진부분집합의 개수는 $16 - 1 = 15$ (개)

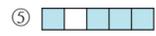
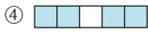
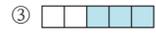
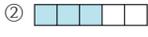
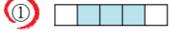
5. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 31개일 때, $n(A)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

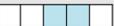
해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $31 + 1 = 32$ 개이며,
 $2^n = 32 \therefore n = 5$ 이다.

6. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 에 해당하는 부분에 색칠하여라.



해설

A 
 \cup
 B 

= $A \cup B$ 

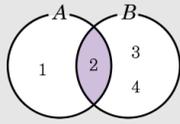
7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2\}, A \cap B = \{2\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 3, 4\}$

해설

집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

9. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{2x}$ ② $\frac{1}{6x}$ ③ $\frac{5}{6x}$ ④ $\frac{11}{6x}$ ⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

10. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

11. 집합 $A = \{x|x \text{는 홀수}\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{1, 3\}$

③ $\{2, 3, 5, 7\}$

④ $\{\emptyset\}$

⑤ $\{1, 3, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$

① $0 \notin A$ 이므로, 원소 0은 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

③ $2 \notin A$ 이므로, 원소 2는 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

④ $\emptyset \notin A$ 이므로, 원소 \emptyset 은 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

12. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 「 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

「 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.」의 대우는 「 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.」
∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
∴ (나)- $2k$

13. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

- ① $A > B$ ② $A < B$ ③ $A \geq B$
④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$

해설

$a > 0$ 이므로 $1 + \frac{a}{2} > 0$, $\sqrt{1+a} > 0$

제곱을 하여 비교하면

$$\begin{aligned} A^2 - B^2 &= \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 - (\sqrt{1+a})^2 \\ &= 1 + a + \frac{a^2}{4} - 1 - a \\ &= \frac{a^2}{4} > 0 \end{aligned}$$

따라서 $A^2 > B^2$ 이므로 $A > B$ 이다.

14. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

15. 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } f : x \rightarrow x$	$\text{㉡ } g : x \rightarrow x+2$
$\text{㉢ } h : x \rightarrow x $	$\text{㉣ } k : x \rightarrow x^2 - 1$

- ㉠, ㉢
 ㉡, ㉢, ㉣
 ㉢, ㉣, ㉣, ㉣
 ㉡, ㉣, ㉣, ㉣
 ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.
 ㉡ $g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.
 ㉢ $h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.
 ㉣ $k(x) = x^2 - 1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

16. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}, b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}, b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}, b = 1$
④ $a = \frac{3}{2}, b = 0$ ⑤ $a = 2, b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

17. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수는 $f(x) = 1, f(x) = 2, f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

18. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4, f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

19. $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x-2}{x^2+3x-4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1 \end{aligned}$$

20. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

21. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

22. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{12}{7}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k, y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k} \\ &= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}\end{aligned}$$

23. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

- ① 3 ② -3 ③ $2a - 1$
④ $2a + 1$ ⑤ $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

24. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$$

무리수의 상등에 의하여

$$\text{유리수 부분 : } (a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$$

$$\text{무리수 부분 : } 2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$$\therefore ab = 8$$

25. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a, y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\&= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\&= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

26. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

27. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3, \beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

28. 부분집합에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 모든 집합은 자기 자신을 부분집합으로 한다.
- ② 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 인 집합 A, B 는 존재하지 않는다.
- ④ 공집합은 $\{0\}$ 의 부분집합이다.
- ⑤ $\{1, 3, 5\}$ 는 $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만인 홀수}\}$ 의 부분집합이 아니다.

해설

$A \subset B, B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하며 이를 만족하는 집합은 무수히 많이 존재한다.

29. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 가 $A \cap B = \emptyset$ 이고, $A \cap X^c = A \cap B$ 를 만족하는 X 가 될 수 없는 것은?

- ① $A - B$ ② $(A \cup B)^c$ ③ B^c
④ $(A \cap B)^c$ ⑤ $A \cap B^c$

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \cap X^c = A \cap B$ 이므로
 $A - X = A \cap B = \emptyset \leftrightarrow A \subset X \dots \text{㉠}$
보기 중 $(A \cup B)^c$ 은 ㉠의 관계를 만족하지 않는다.

30. 네 조건 $p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 조건 $xy > 0$ 을 만족하는 집합은?

① $(P \cap Q) \cup (R^c \cap S^c)$

② $(P \cap Q) \cap (R \cap S)$

③ $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

④ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)$

⑤ $(P \cup Q) \cap (R \cup S)^c$

해설

$p : x > 0, q : y > 0, r : x < 0, s : y < 0$ 일 때
 $xy > 0 \Leftrightarrow (x > 0, y > 0)$ 또는 $(x < 0, y < 0)$
따라서, 주어진 조건을 만족하는 집합은
 $(P \cap Q) \cup (R \cap S)$

31. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은? (단, $\sim p$ 는 p 의 부정이다.)

① $q \rightarrow \sim p$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow \sim r$

④ $\sim q \rightarrow r$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow \sim q$, $\sim r \rightarrow q$ 의 대우인 $q \rightarrow \sim p$, $\sim q \rightarrow r$ 도 참이다.
 $p \rightarrow \sim q \rightarrow r$ 이므로 $p \rightarrow r$, 그 대우인 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

32. $x \neq 2$ 은 $x^2 - ax + 4 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq 2$ 가 참
대우 : $x = 2 \rightarrow x^2 - ax + 4 = 0$ 가 참
 $4 - 2a + 4 = 0$
 $\therefore a = 4$

33. 두 명제 p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim q$ 는 r 이기 위한 필요조건이다. 다음 보기의 명제 중 반드시 참인 명제를 모두 고르면?

$\text{㉠ } q \rightarrow \sim r$	$\text{㉡ } \sim p \rightarrow r$
$\text{㉢ } p \rightarrow \sim r$	$\text{㉣ } \sim r \rightarrow \sim p$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$$\begin{aligned}
 p \rightarrow q &\Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p \\
 r \rightarrow \sim q &\Rightarrow q \rightarrow \sim r \\
 \therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r &\Rightarrow p \rightarrow \sim r \\
 &\Rightarrow r \rightarrow \sim p
 \end{aligned}$$

34. 함수 $f : A \rightarrow B$ 에서 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 이고,
 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 일 때, $\{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 +$
 $\{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 이므로
 $B = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ 에서 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ 을 사용하여 $1 +$
 $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 을 만들 수 있는 경우는 더하는 순서에 상관없이
 $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}$ 으로 표현된다.
이 때, 정의역 중에서 $1, \sqrt{2}$ 에 대응하는 것은 1개이고 $\sqrt{3}$ 에
대응하는 것은 2개이어야 한다.
따라서 $\{f(1)\}^2 + \{f(2)\}^2 + \{f(3)\}^2 + \{f(4)\}^2$
 $= 1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = 9$

35. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f \circ g = g \circ f$ 에서 $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$
즉 $2kx + k^2 - k = 0$
모든 x 에 대하여 성립하므로 $k = 0$

36. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\therefore f(f(x)) = f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1$$

$$= 25x + 6$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

37. 실수에서 정의된 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

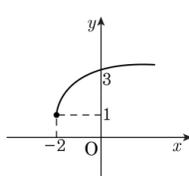
$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

38. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b+c}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$ 또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로
 $3 = \sqrt{2a} + 1, \sqrt{2a} = 2$
 $\therefore a = 2$
 따라서 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$ 이고,
 이것이 $y = \sqrt{ax+b+c}$ 와 일치하므로
 $a = 2, b = 4, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 7$

39. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때 $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned}(f \cdot g)(3) &= f(g(3)) = f(3) = 3 \\(g \cdot f)(3) &= g(f(3)) = g(3) = 3 \\ \therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) &= 6\end{aligned}$$

40. $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

- ① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$ ② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$
③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$ ④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$
⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 에서 $\sqrt{x-1} \geq 0$ 이므로 $y \geq 2$
또 양변을 제곱하면, $(y-2)^2 = x-1$
 $\therefore x = y^2 - 4y + 5 (y \geq 2)$
 x 와 y 를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

41. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$
 $1 \times 1 = 1$, $1 \times 2 = 2$, $1 \times 4 = 4$, $2 \times 1 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 4 = 8$,
 $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, $3 \times 4 = 12$ 이므로
 $A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$
 $\therefore n(A \times B) = 7$

42. 지윤이네 학교 학생 170 명 중 A 문제를 푼 학생이 80 명, B 문제를 푼 학생이 90 명, A 문제와 B 문제를 모두 푼 학생이 15 명일 때, A 문제와 B 문제 중 어느 것도 풀지 못한 학생은 몇 명인가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

전체집합을 U , A 문제를 푼 학생들의 집합을 A , B 문제를 푼 학생들의 집합을 B 라고 하면

$$n(U) = 170$$

$$n(A) = 80, n(B) = 90, n(A \cap B) = 15$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 80 + 90 - 15 \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 170 - 155 \\ &= 15 \end{aligned}$$

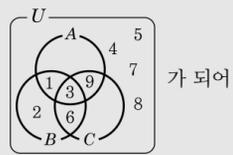
43. $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로
 벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

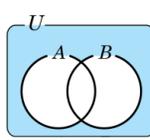
44. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1, 7\}$, $A^c \cap B = \{4, 6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{2, 3, 5, 6\}$ ③ $\{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{2, 3, 6\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,
 $A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c$ 에서 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
 $A^c \cap B = \{4, 6\} = B \cap A^c = B - A$ 에서 B 에만 속하는 원소가 4, 6이므로
집합 A 의 원소는 2, 3, 5 이고 따라서 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

45. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.
따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.
 $n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33$ 이므로 $n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12$ 이다.

46. 전체집합 U 의 임의의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 <보기>의 (가), (나)에 들어갈 것을 순서대로 나열한 것은?

보기

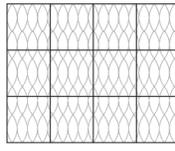
- (1) $A \subset B$ 는 $A - B = \emptyset$ 이 되기 위한 (가) 조건이다.
(2) $B = C$ 는 $A \cup B = A \cup C$ 이 되기 위한 (나) 조건이다.

- ① 필요, 필요충분 ② 필요, 필요
③ 필요충분, 필요충분 ④ 필요충분, 충분
⑤ 충분, 필요충분

해설

(1)은 명제, 역 모두 성립하는 필요충분조건이고,
(2)는 역일 경우에 성립하지 않는 경우가 있으므로 충분조건이다.
(반례) 역의 경우에서 $A \supset B, A \supset C, B \subset C$ 이면 성립하지 않는다.

47. 어떤 농부가 길이 120m인 철망을 가지고 아래 그림과 같이 열두 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 최대넓이를 구하여라.



- ① 120 m² ② 180 m² ③ 240 m²
 ④ 300 m² ⑤ 360 m²

해설

전체의 가로를 x , 세로를 y 라 하면
 $4x + 5y = 120$
 넓이 : xy
 $4x + 5y = 120 \geq 2\sqrt{4x \cdot 5y}$
 $60 \geq \sqrt{20xy}, 3600 \geq 20xy$
 $\therefore 180 \geq xy$
 따라서 넓이의 최대값은 180

해설

$xy = x \times \frac{1}{5}(120 - 4x)$
 $= -\frac{4}{5}x^2 + 24x$
 $= -\frac{4}{5}(x^2 - 30x + 225 - 225)$
 $= -\frac{4}{5}(x - 15)^2 + 180$
 $x = 15(\text{m}), y = 12(\text{m})$ 일 때,
 최대넓이는 180 m²

48. 두 함수 $y = |x + 1| - |x - 2|$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 상수 m 의 값을 정할 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = |x + 1| - |x - 2|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) - (-x + 2) = -3$$

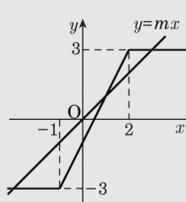
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$y = (x + 1) - (-x + 2) = 2x - 1$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$y = (x + 1) - (x - 2) = 3$$

i) ii) iii)에서 $y = mx$ 와 서로 다른 세 점에서 만나기 위해서는 $0 < m < \frac{3}{2}$ 따라서 m 의 값이 될 수 있는 것은 ④번이다.



49. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-a|$ 가 $x = a$ 에서 최솟값을 가질 때, $f(0) + f(3)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ $2a$

④ $2a-3$

⑤ $-2a+3$

해설

절댓값 기호가 홀수 개 있을 때, 절댓값 기호 안의 값이 0 이 되게 하는 x 의 값 중 가운데 값에서 최솟값을 가지므로 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 가지려면 $1 \leq a \leq 2$ 이어야 한다.

$$\text{이 때, } f(0) = |-1| + |-2| + |-a| = 3 + a$$

$$f(3) = |2| + |1| + |3-a| = 6 - a$$

$$\therefore f(0) + f(3) = 3 + a + 6 - a = 9$$

50. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
 ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots}} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\
 \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\
 \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\
 x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\
 x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)
 \end{aligned}$$