

1. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

2. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

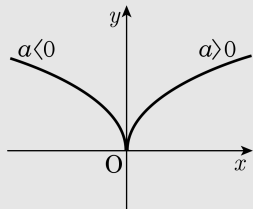
$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

그림에서 ②, ③, ④, ⑤는 참임을 알 수 있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로

①은 틀린 것이다.



3. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

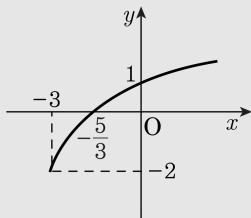
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



4. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동하면 점(1, 3)을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼
평행 이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{a(x-2)}$$

이것을 다시 y 축에 대하여 대칭이동한 함수의
그래프의 식은 $y = \sqrt{a(-x-2)}$

이 때, 이 그래프가 점(1, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-3a}, -3a = 9$$

$$\therefore a = -3$$

5. $y = -\sqrt{4-2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.

③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.

④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.

⑤ 이 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

해설

③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.

④, ⑤ 꼭지점이 $(2, 1)$ 이고 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.

$\therefore 1, 3, 4$, 분면을 지난다.

6. 함수 $y = \sqrt{2x+6} + 1$ 의 그래프의 설명 중 옳지 않은 것을 나열하면?

㉠ $y = \sqrt{2x}$ 를 평행이동한 것이다.

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 를 대칭이동한 것이다.

㉢ 정의역 : $\{x \mid x \geq 3 \text{인 실수}\}$

㉤ 치역 : $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡

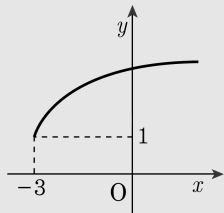
③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉤

해설

$y = \sqrt{2(x+3)} + 1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



㉠ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

∴ 참

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

∴ 거짓

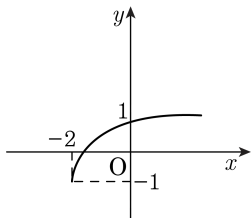
㉢ 정의역은 $\{x \mid x \geq -3 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 거짓

㉤ 치역은 $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 참

7. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼

평행이동 시킨 것이므로 $b = 2, c = -1$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1 \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

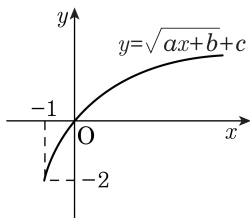
$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

8. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼

평행이동한 것이므로

$$y = \sqrt{ax+b}+c$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)}-2$$

이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)}-2$

$$\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

$$y = \sqrt{4x+4}-2$$

$$\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$$

9. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

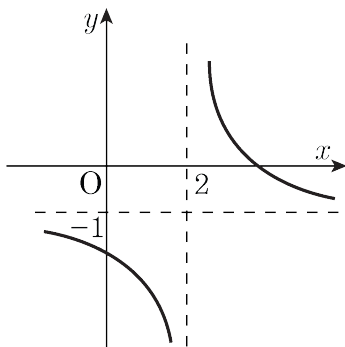
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

10. 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 무리함수 $y = \sqrt{cx+a} + b$ 의 그래프가 지나가는 사분면을 모두 구하면?



- ① 제1사분면 ② 제2사분면 ③ 제3사분면
④ 제4사분면 ⑤ 제1,2사분면

해설

$y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 점근선은 $x = -a$, $y = c$

그림에서 $-a > 0$, $c < 0$ 이고, $b > 0$

$\therefore a < 0$, $b > 0$, $c < 0 \cdots \textcircled{1}$

한편 $y = \sqrt{cx+a} + b = \sqrt{c\left(x + \frac{a}{c}\right)} + b$ 이므로

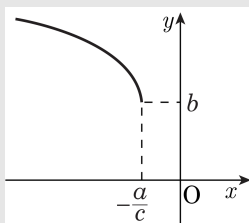
$$c\left(x + \frac{a}{c}\right) \geq 0$$

이때 $c < 0$ 이므로 $x \leq -\frac{a}{c}$

$\textcircled{1}$ 에서 $-\frac{a}{c} < 0$ 이므로 $x < 0$

또 $y = \sqrt{cx+a} + b \geq b$

따라서 그래프는 다음 그림과 같이



제2사분면만을 지난다.

11. 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \leq \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq \beta\}$ 일 때, $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가

점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \sqrt{a-1}$$

$$\therefore a = 1$$

즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고

$1-x \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로

정의역은 $\{x \mid x \leq 1\}$

$$\therefore \alpha = 1$$

또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서

$$y+1 = \sqrt{1-x} - 1 \text{ 이므로 } y+1 \geq 0$$

치역은 $\{y \mid y \geq -1\}$

$$\therefore \beta = -1$$

$$\therefore a + \alpha + \beta = 1$$

12. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$
치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$

13. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다.
이때, $m - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

14. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

15. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$
④ $\left\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

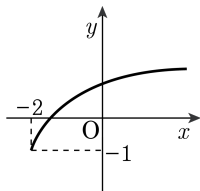
해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

16. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



- ① $y = \sqrt{x-2} + 1$
- ② $y = \sqrt{x-2} - 1$
- ③ $y = \sqrt{x+2} + 1$
- ④ $y = \sqrt{x+2} - 1$
- ⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x 축으로 -2만큼

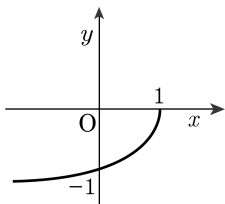
y 축으로 -1만큼 평행이동했으므로

x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$$y = \sqrt{x+2} - 1$$

17. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1,0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1$, $c = 0$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고
주어진 그래프가 점(0,-1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

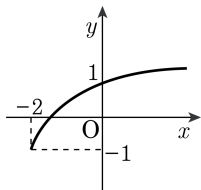
양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$, $c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0=0$$

18. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동시킨 것이므로

$$b = 2, c = -1$$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

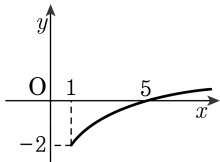
$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

19. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?



- ① 1 ② -1 ③ 2
 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$ 의 그래프를 보면

점(1, -2)에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, c = -2$$

$$\therefore -b = a, c = -2$$

$y = \sqrt{ax - a} - 2$ 가 점(5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a - a} - 2, 2 = \sqrt{4a}$$

양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

20. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$ 의 값은?

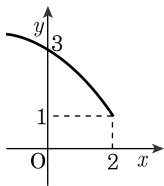
① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3



해설

주어진 그림은 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를

x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 $y - 1 = \sqrt{a(x - 2)}$

$$\text{즉 } y = \sqrt{a(x - 2)} + 1$$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{-2a} + 1$$

$$\sqrt{-2a} = 2, \quad -2a = 4$$

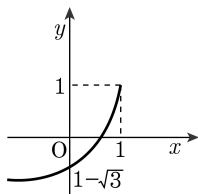
$$\therefore a = -2$$

$$\therefore y = \sqrt{-2x + 4} + 1$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + 4 + 1 = 3$$

21. 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

주어진 그림은 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한
 것이므로 $y - 1 = -\sqrt{a(x - 1)}$

$$\text{즉 } y = -\sqrt{a(x - 1)} + 1$$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 1 - \sqrt{3})$ 을 지나므로

$$1 - \sqrt{3} = -\sqrt{-a} + 1,$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -\sqrt{-3(x - 1)} + 1$$

$$\therefore a + b + c = (-3) + 3 + 1 = 1$$